

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

MODELOVÁNÍ VYSOKOFREKVENČNÍCH PULSACÍ

HIGH-FREQUENCY PULSATIONS MODELING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

LUDVÍK STŘECHA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. VLADIMÍR HABÁN, Ph.D.

BRNO 2008

Abstrakt

Problematika, kterou řeší tato diplomová práce, se vztahuje k modelování vysokofrekvenčních tlakových pulsací v hydraulických strojích. Pulsace jsou způsobeny vzájemnou interakcí statorových a rotorových lopatek. Jejich působením jsou následně cyklicky namáhány víko, spirála a rozváděcí a oběžné kolo.

Matematický model je řešen pomocí přenosových matic. Data jsou vypočtena a zpracována v programech F-A char a MS Excel. Výsledky jsou znázorněny formou frekvenčně amplitudových charakteristik a dále formou tvaru kmitu tlaku, kde je znázorněno i porovnání matematického modelu s měřením.

Klíčová slova: frekvenčně amplitudová charakteristika, přenosová matice, tvar kmitu, vysokofrekvenční pulsace

The diploma thesis deals with the mathematical modeling of high-frequency pressure pulsations in water turbines. Pulsations are caused by the interaction between stator and rotor blades. These high-frequency pressure pulsations then cause high cycle fatigue of the head cover, spiral casing, runner and distributor.

The mathematical model is solved by transfer matrix method. Data are processed in F-A char and MS Excel programs. Final results are demonstrated by frequency amplitude characteristics and by pressure mode shapes, where comparison of the mathematical model with the measurement is shown.

Key words: frequency amplitude characteristic, transfer matrix, mode shape, high-frequency pulsations

Bibliografická citace

STŘECHA, L. *Modelování vysokofrekvenčních pulsací*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 45 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně bez cizí pomoci. Vycházel jsem přitom ze svých znalostí, odborných konzultací a doporučené literatury, která je uvedena v seznamu.

V Brně dne

.....

podpis

Poděkování

Děkuji Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D. za pomoc při vypracování této diplomové práce, za jeho rady, čas a ochotu při všech konzultacích. Také chci poděkovat Ing. Jiřímu Kubálkovi za jeho rady a názorné ukázky především při úvodním seznamování se s použitým softwarem.

Obsah

1	Úvod	9
2	Rozložení snímačů tlaku	10
2.1	Snímače tlaku na spirále	10
2.2	Snímače tlaku v MLP	11
3	Matematický model	12
3.1	Rovnice kontinuity	12
3.2	Rovnice silové rovnováhy	13
3.3	Přenosová matice	13
4	Výpočetní metoda	17
5	Numerický model stroje	18
5.1	Parametry trubic čerpadla se 7 lopatami	20
5.2	Parametry trubic turbíny se 7 lopatami	21
5.3	Parametry trubic čerpadla s 9 lopatami	22
5.4	Parametry trubic turbíny s 9 lopatami	23
5.5	Parametry trubic čerpadla se 14 lopatami	24
5.6	Parametry trubic turbíny se 14 lopatami	25
6	Výsledné charakteristiky	26
6.1	Frekvenčně amplitudové charakteristiky	26
6.2	Výpočet a porovnání tvarů kmitu tlaku	33
6.2.1	Vypočtené tvary kmitu čerpadla se 7 lopatami	33
6.2.2	Vypočtené tvary kmitu turbíny se 7 lopatami	34
6.2.3	Vypočtené tvary kmitu čerpadla s 9 lopatami	36
6.2.4	Vypočtené tvary kmitu turbíny s 9 lopatami	37
6.2.5	Vypočtené tvary kmitu čerpadla se 14 lopatami	39
6.2.6	Vypočtené tvary kmitu turbíny se 14 lopatami	40
7	Závěr	42
8	Seznam použité literatury	43
9	Seznam použitých symbolů a označení	44

1 Úvod

Vodní stroje (turbíny a čerpadla) jsou jednou z možností k výrobě elektrické energie nebo dopravě vody. Při provozu těch z nich, které mají statorové a rotorové lopatky, však dochází k vzájemné interakci těchto lopatek a tím k buzení vysokofrekvenčních pulsací tlaku a průtoku v mezilopátkovém prostoru (dále MLP). Tyto vysokofrekvenční pulsace se z MLP šíří do statorového a rotorového kola a do spirály. Jejich důsledkem je poté vysokocyklické namáhání rotorových a statorových lopatek, spirály a víka stroje, což snižuje životnost celého vodního stroje.

Cílem této práce je optimalizace matematického modelu pro PVE Dlouhé Stráně podle experimentu na modelu a následné porovnání matematického modelu s naměřenými hodnotami pro všechny varianty oběžného kola. PVE Dlouhé Stráně obsahuje čerpadlovou turbínu, která může pracovat jako turbína i jako čerpadlo díky změně smyslu otáčení.

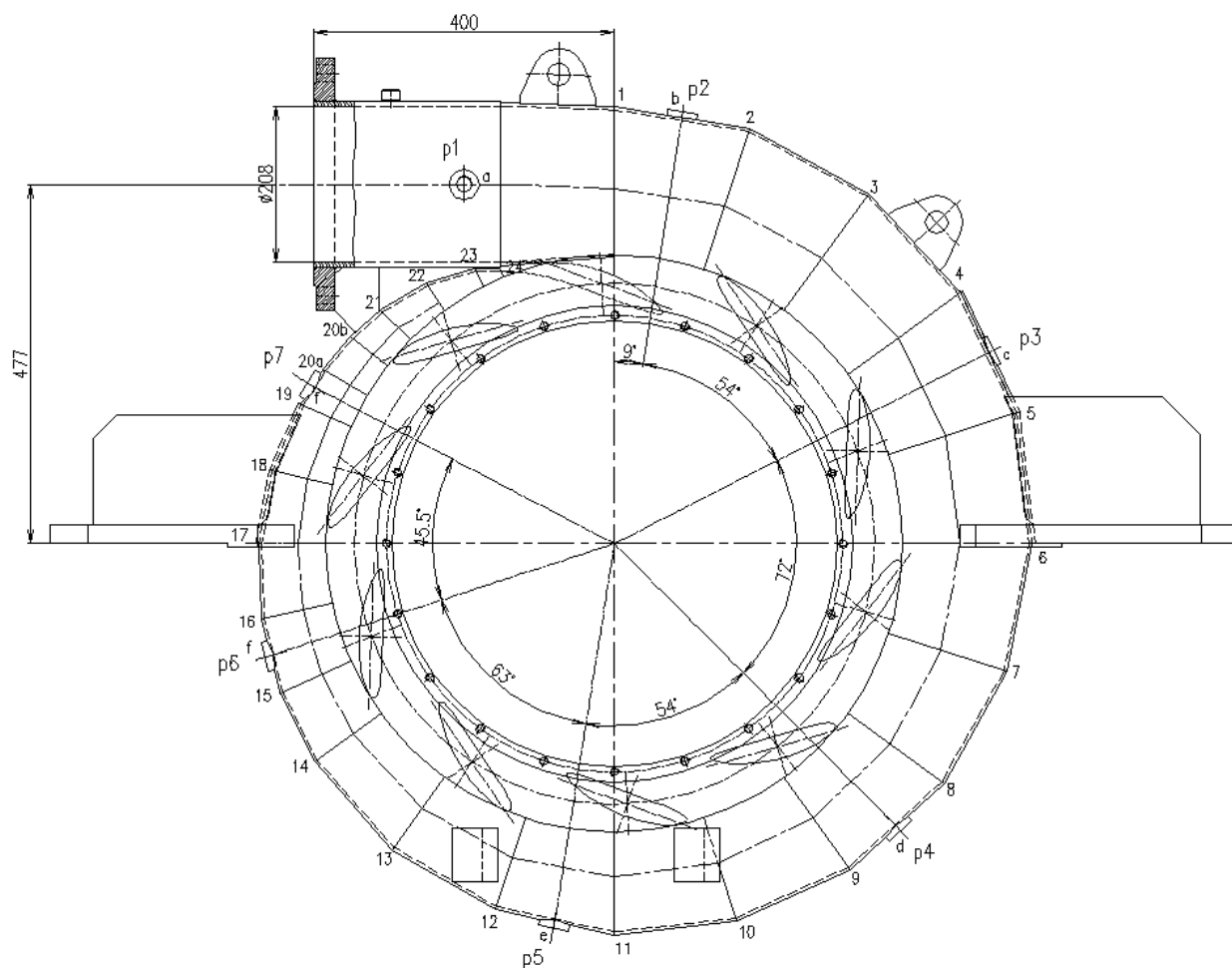
Diplomová práce ve své úvodní teoretické části vychází z autorů diplomových prací [3] a [4], kteří také k vytvoření matematického modelu použili metodu přenosových matic. Základem metody přenosových matic je Laplaceova transformace podle času v linearizovaných rovnicích kontinuity a silové rovnováhy. Do rovnic je zahrnuto tlumení materiálu trubice a druhá viskozita. Druhá viskozita je frekvenčně závislé tlumení a s rostoucí frekvencí klesá. Pro numerický model stroje je využita styčnicková metoda.

2 Rozložení snímačů tlaku

Při proměření tlakových pulsací na modelu v laboratoři Fluidního inženýrství byly po obvodu spirály a v MLP rozmístěny tlakové snímače ke zjištění okamžitých hodnot tlaku v daném místě. Následující dva výkresy jsou získány z [2].

2.1 Snímače tlaku na spirále

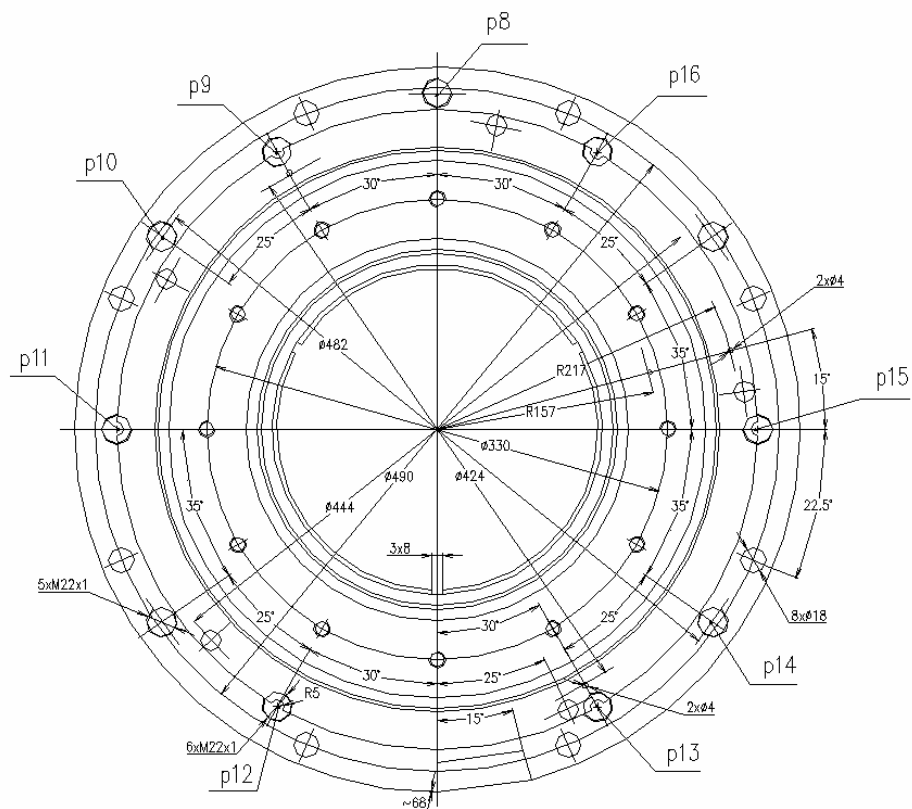
Po obvodu spirály jsou ve směru turbínového průtoku rozloženy snímače p1 až p7.



Obr. 1 – Rozmístění snímačů tlaku na spirále

2.2 Snímače tlaku v MLP

V MLP jsou rozloženy snímače p8 až p16, které měří tlak přímo v oblasti vzniku vysokofrekvenčních pulsací.



Obr. 2 – Rozmístění snímačů tlaku v MLP

3 Matematický model

Matematický model vychází z rovnice kontinuity a rovnice silové rovnováhy. Výsledkem je přenosová matice zahrnující vliv těchto dvou rovnic.

3.1 Rovnice kontinuity

Při odvození rovnice kontinuity se vyjde ze zákona zachování hmotnosti:

$$\Delta m = konst. \quad (3.1)$$

Časovou derivací a dosazením za Δm :

$$\frac{d}{dt}(\rho \cdot \Delta V) = 0 \quad (3.2)$$

Derivace součinu:

$$\Delta V \cdot \frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \frac{d\Delta V}{dt} = 0 \quad (3.3)$$

Při využití Gauss – Ostrograckého věty:

$$\Delta V \cdot \frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \int_S c \cdot n \, dS = 0 \quad (3.4)$$

Po odvození, viz. [3] nebo [4]:

$$S(x, t) \cdot \frac{1}{v_0^2} \cdot \frac{dp}{dt} + \rho \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho \cdot \frac{\int_S c \cdot n \, dS}{dx} = 0 \quad (3.5)$$

Po Laplaceově transformaci (opět v [3] nebo [4]):

$$S \cdot \frac{1}{v_0^2} \cdot s \cdot \sigma + \rho \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + \rho \cdot \frac{\int_S \tilde{c} \cdot n \, dS}{dx} = 0 \quad (3.6)$$

Při uvažování trubice jako modelu standardního tělesa je Laplaceův obraz napětí v trubici tento (odvozeno v [3], [4]):

$$\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{c}}{R \cdot s} \cdot E_0 \cdot \frac{E_1 + s \cdot b_1}{E_0 + E_1 + s \cdot b_1} \quad (3.7)$$

Vyjádření Laplaceova obrazu rychlosti \tilde{c} ze silové rovnováhy na elementu trubice (v [3], [4]):

$$\tilde{c} = \frac{R^2 \cdot \sigma \cdot s \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1)}{\rho_t \cdot R^2 \cdot s^2 \cdot \Delta \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1) + E_0 \cdot (E_1 + s \cdot b_1) \cdot \Delta} \quad (3.8)$$

Po dosazení rovnice (3.8) do rovnice kontinuity (3.6) a úpravě:

$$\rho \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + S \cdot s \cdot \sigma \cdot \left(\frac{2 \cdot \rho \cdot R \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1)}{\rho_t \cdot R^2 \cdot s^2 \cdot \Delta \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1) + E_0 \cdot (E_1 + s \cdot b_1) \cdot \Delta} + \frac{1}{v_0^2} \right) = 0 \quad (3.9)$$

Určení rychlosti zvuku jako:

$$\frac{1}{v^2} = \frac{2 \cdot \rho \cdot R \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1)}{\rho_t \cdot R^2 \cdot s^2 \cdot \Delta \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1) + E_0 \cdot (E_1 + s \cdot b_1) \cdot \Delta} + \frac{1}{v_0^2} \quad (3.10)$$

Rovnice kontinuity je pak ve tvaru:

$$\frac{\rho \cdot v^2}{S} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + s \cdot \sigma = 0 \quad (3.11)$$

3.2 Rovnice silové rovnováhy

Základem je Navier – Stokesova rovnice:

$$\rho \cdot \frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j} \cdot c_j - \frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (3.12)$$

Derivaci nevratného tenzoru napětí lze podle [4] vyjádřit takto:

$$\frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j} = \eta \cdot \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\eta + b) \cdot \frac{\partial^2 c_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.13)$$

Dosazení rovnice (3.13) do (3.12), zanedbání konvektivního členu, integrace přes objem a podělení hustotou:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - v \cdot \int \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_j \partial x_j} dS - (v + \xi) \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{S}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3.14)$$

Po úpravách a Laplaceově transformaci (v [1], [4]):

$$s \cdot q - (2 \cdot v + \xi) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right) - \frac{v^2}{R^4} \cdot \psi \cdot q + \frac{S}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3.15)$$

Vyjádření derivace $\frac{\partial q}{\partial x}$ z rovnice kontinuity (3.9):

$$\frac{\partial q}{\partial x} = - \frac{2 \cdot S \cdot R \cdot \sigma \cdot s \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1)}{\rho_t \cdot R^2 \cdot s^2 \cdot \Delta \cdot (E_0 + E_1 + s \cdot b_1) + E_0 \cdot (E_1 + s \cdot b_1) \cdot \Delta} - \frac{1}{v_0^2} \cdot \frac{S}{\rho} \cdot s \cdot \sigma \quad (3.16)$$

Dosazení (3.16) do (3.15), derivace, úprava a dosazení vztahu (3.10) (v [3], [4]):

$$s \cdot q - \frac{v^2}{R^4} \cdot \psi \cdot q + \left(\frac{S}{\rho} + (2 \cdot v + \xi) \cdot \frac{s \cdot S}{\rho} \cdot \frac{1}{v^2} \right) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

Zjednodušení:

$$\left(s - \frac{v^2}{R^4} \cdot \psi \right) \cdot q + \left(\frac{S}{\rho} + (2 \cdot v + \xi) \cdot \frac{s \cdot S}{\rho} \cdot \frac{1}{v^2} \right) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3.18)$$

3.3 Přenosová matice

K získání přenosové matice jsou využity upravené a Laplaceově transformované rovnice kontinuity (3.11) a silové rovnováhy (3.18).

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\rho \cdot v^2}{S} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + s \cdot \sigma = 0 \quad (3.19)$$

Rovnice silové rovnováhy

$$\left(s - \frac{v^2}{R^4} \cdot \psi \right) \cdot q + \left(\frac{S}{\rho} + (2 \cdot v + \xi) \cdot \frac{s \cdot S}{\rho} \cdot \frac{1}{v^2} \right) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3.20)$$

Pro zjednodušení dalšího odvozování jsou určeny tyto konstanty:

$$A = \frac{S}{\rho} + (2 \cdot v + \xi) \cdot \frac{s \cdot S}{\rho} \cdot \frac{1}{v^2} \quad (3.21)$$

$$B = s - \frac{v^2}{R^4} \cdot \psi \quad (3.22)$$

$$C = \frac{\rho \cdot v^2}{S} \quad (3.23)$$

V [1] odvozeno:

$$\psi(s) = \frac{R^4}{v^2} \cdot \frac{2 \cdot s \cdot J_1 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right)}{2 \cdot J_1 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right) - R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \cdot J_0 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right)} \quad (3.24)$$

Dosazení (3.24) do (3.22) a úprava (viz. [3], [4]):

$$B = s \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot J_1 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right)}{2 \cdot J_1 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right) - R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \cdot J_0 \cdot \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{v}} \right)} \right] \quad (3.25)$$

S využitím substitucí (3.21), (3.22), (3.23) a jejich dosazením do (3.19) a (3.20) lze rovnice kontinuity a silové rovnováhy psát takto:

$$C \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + s \cdot \sigma = 0 \quad (3.26)$$

$$B \cdot q + A \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3.27)$$

Rovnice (3.26) a (3.27) lze maticově přepsat:

$$\begin{pmatrix} 0 & s \\ B & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Vyjádření derivace:

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & s \\ B & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Výpočet inverzní matice:

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} = - \frac{1}{A \cdot C} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & s \\ B & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

A po roznásobení:

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & \frac{s}{C} \\ \frac{B}{A} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Označení matice a stavového vektoru:

$$\mathbf{U} = - \begin{pmatrix} 0 & \frac{s}{C} \\ \frac{B}{A} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} q \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Potom lze psát:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{u} = -\mathbf{U} \cdot \mathbf{u} \quad (3.34)$$

Po úpravě:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{u} + \mathbf{U} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.35)$$

Po Laplaceově transformaci podle souřadnice přechází rovnice (3.35) na:

$$\varepsilon \cdot \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{U} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}(0, s) \quad (3.36)$$

Vytknutí a vyjádření vektoru $\tilde{\mathbf{u}}$:

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{E} \cdot \varepsilon + \mathbf{U})^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{u}}(0, s) \quad (3.37)$$

Po zpětné Laplaceově transformaci:

$$\mathbf{u}(x, s) = L^{-1} \left\{ (\mathbf{E} \cdot \varepsilon + \mathbf{U})^{-1} \right\} \cdot \mathbf{u}(0, s) \quad (3.38)$$

Zavedení matice:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ (\mathbf{E} \cdot \varepsilon + \mathbf{U})^{-1} \right\} \quad (3.39)$$

Rozepsání:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \varepsilon + \begin{bmatrix} 0 & \frac{s}{C} \\ \frac{B}{A} & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \right\} \quad (3.40)$$

Po úpravě:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon & \frac{s}{C} \\ \frac{B}{A} & \varepsilon \end{bmatrix}^{-1} \right\} \quad (3.41)$$

Výpočet inverzní matice:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2 - \frac{B \cdot s}{A \cdot C}} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon & -\frac{s}{C} \\ -\frac{B}{A} & \varepsilon \end{bmatrix} \right\} \quad (3.42)$$

Zavedení konstant:

$$\gamma = \frac{s}{C} \quad (3.43)$$

$$\mu = \frac{B}{A} \quad (3.44)$$

$$\lambda^2 = \gamma \cdot \mu = \frac{B \cdot s}{A \cdot C} \quad (3.45)$$

Matici (3.42) lze pak přepsat takto:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2 - \lambda^2} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon & -\gamma \\ -\mu & \varepsilon \end{bmatrix} \right\} \quad (3.46)$$

Roznásobení členů matice:

$$\mathbf{P}(x, s) = L^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - \lambda^2} & -\frac{\gamma}{\varepsilon^2 - \lambda^2} \\ -\frac{\mu}{\varepsilon^2 - \lambda^2} & \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - \lambda^2} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.47)$$

Po zpětné Laplaceově transformaci jednotlivých členů (provedeno v [4]):

$$\mathbf{P}(x, s) = \begin{bmatrix} \cosh(\lambda \cdot x) & -\frac{\gamma}{\lambda} \cdot \sinh(\lambda \cdot x) \\ -\frac{\mu}{\lambda} \cdot \sinh(\lambda \cdot x) & \cosh(\lambda \cdot x) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Matice (3.48) se nazývá **přenosová matice**. Její význam spočívá v tom, že při známém stavovém vektoru na začátku trubice lze s jejím využitím určit stavový vektor v kterékoliv vzdálenosti x od začátku trubice.

Rovnicí vyjádřeno:

$$\mathbf{u}(x, s) = \mathbf{P}(x, s) \cdot \mathbf{u}(0, s) \quad (3.49)$$

Pro celkovou délku trubice l :

$$\mathbf{u}(l, s) = \mathbf{P}(l, s) \cdot \mathbf{u}(0, s) \quad (3.50)$$

4 Výpočetní metoda

Vysokofrekvenční tlakové a průtokové pulsace v hydraulických strojích jsou závislé na počtu lopat rotoru i statoru a na frekvenci otáčení rotoru. Tato závislost vychází z rozhodujícího kritéria pro rozložení tlakového a průtokového pole v MLP.

Rozhodující kritérium:

$$k \cdot z_r - m \cdot z_s = N \quad (4.1)$$

Jednotlivé symboly:	z_r	počet lopat rotoru (oběžných lopat)
	z_s	počet lopat statoru (rozdávčích lopat)
	k, m, N	celá čísla

V této rovnici je dosazováno za celá čísla **k** a **m** tak, aby **N** bylo číslo co nejbližší nule, ať kladné nebo záporné. Hodnota frekvence dominantních tlakových pulsací v pevném souřadnicovém systému je pak dána tímto součinem:

$$f_p = k \cdot z_r \cdot f_0 \quad (4.2)$$

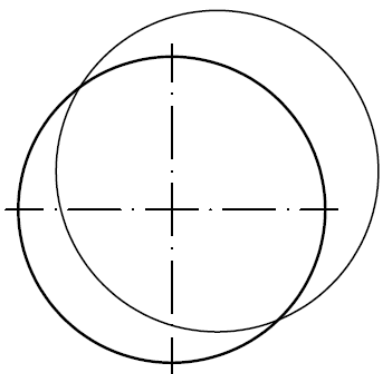
Dominantní frekvence v rotujícím souřadnicovém systému je:

$$f_r = m \cdot z_s \cdot f_0 \quad (4.3)$$

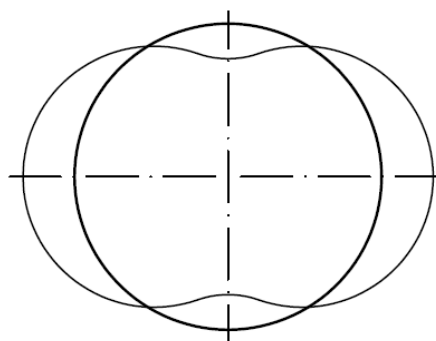
Číslo **N** určuje tvar proložení tlaku v MLP a směr otáčení proloženého tlaku vzhledem k otáčení kola.

$N = \pm 1$	proložení měřeného tlaku je ve tvaru excentru, viz. Obr. 3
$N = \pm 2$	proložení měřeného tlaku je ve tvaru piškotu, viz. Obr. 4
$N > 0$	proložený tvar tlaku rotuje ve směru rotace oběžného kola
$N < 0$	proložený tvar tlaku rotuje proti směru rotace oběžného kola

Obrázky 3 a 4 jsou uvedeny již např. v publikaci [4].



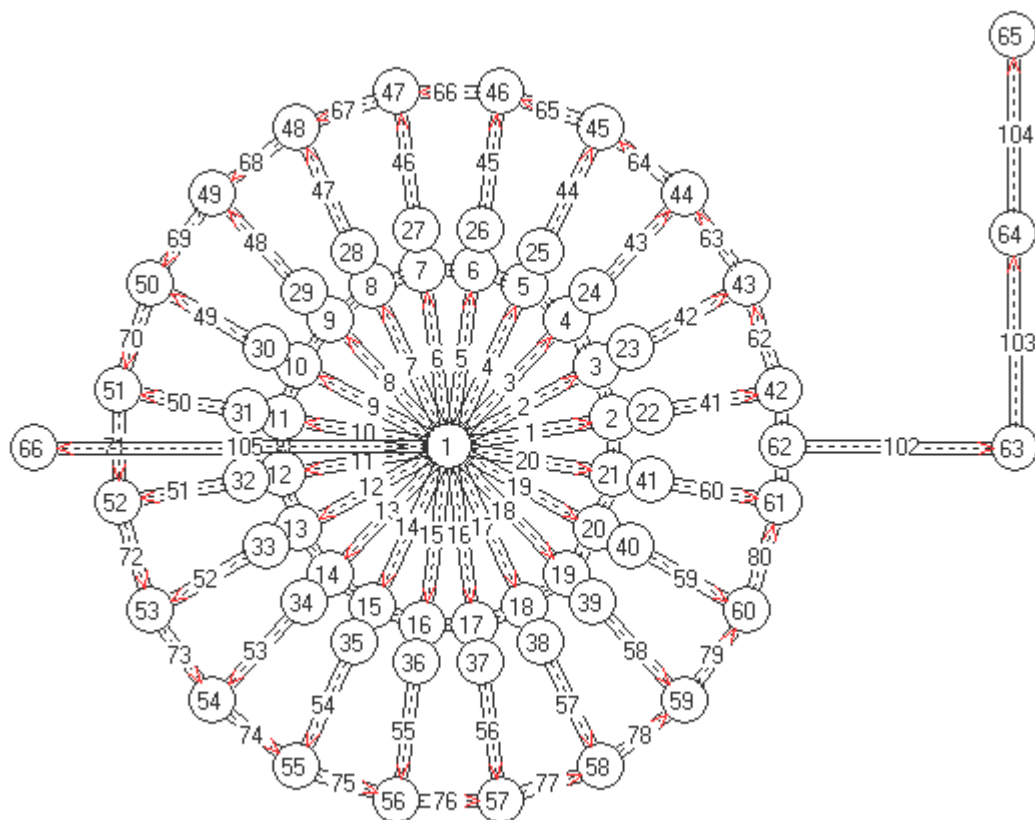
Obr. 3



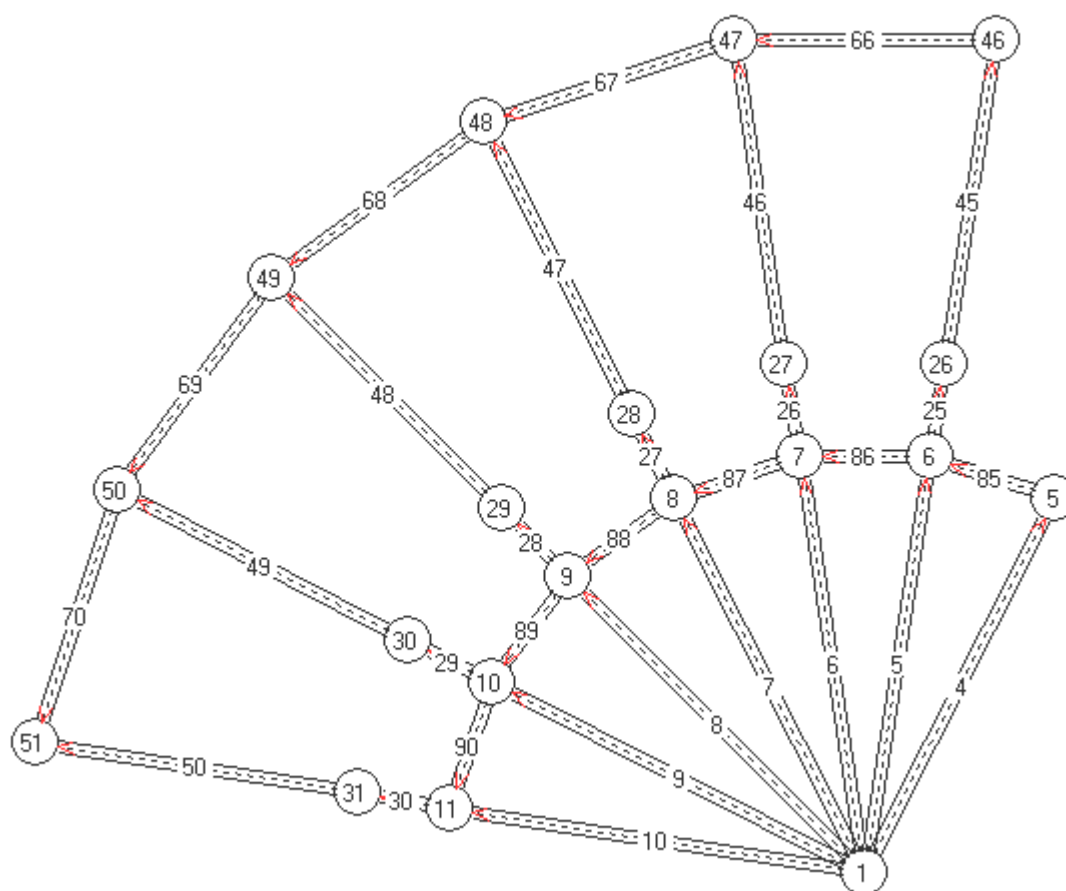
Obr. 4

5 Numerický model stroje

Pro numerický model stroje (čerpadla, turbíny) je využita styčnicková metoda. Tato metoda využívá dvě základní jednotky, kterými jsou uzel a trubice. Uvedený obrázek numerického modelu stroje je získán z programu F-A char.



Obr. 5 – Model stroje s přiváděčem a savkou



Obr. 6 – Detail modelu stroje

Popis trubic a uzlů numerického modelu:

Index uzlu:

1	modeluje prostor pod oběžným kolem
2-21	modelují vstup kapaliny do oběžného kola při turbínovém režimu
22-41	modelují výstup kapaliny z rozvaděče při turbínovém režimu
42-62	modelují výstup kapaliny ze spirály do prostoru rozváděcích lopatek při turbínovém režimu
65	modeluje okrajovou podmínku horní nádrže
66	modeluje okrajovou podmínku spodní nádrže

Index trubice:

1-20	modeluje oběžné kolo
21-40	modelují tlakový skok po obvodu MLP
41-60	modelují rozvaděč
61-81	modelují spirálu
82-101	modelují MLP
102-104	modelují přivaděč
105	modelují savku

Každá trubice spirály má konstantní průřez, který se při přechodu na další trubici spirály skokově mění. Trubice 61 má nejmenší průřez a představuje tedy nos spirály. Trubice 81 má průřez z celé spirály největší a představuje vstup do spirály při turbínovém režimu.

V následujících tabulkách jsou uvedeny parametry trubic numerického modelu pro jednotlivé varianty podle počtu lopat a režimu provozu. V prvním sloupci je index trubice, dále plocha průřezu trubice, její délka, rychlost zvuku v trubici, linearizované odpory na vstupu a výstupu z trubice a druhá viskozita. Hodnoty těchto parametrů byly získány z výkresové dokumentace a z měření na modelu přečerpávací vodní elektrárny Dlouhé Stráně v laboratoři Fluidního inženýrství Viktora Kaplana v Brně.

5.1 Parametry trubic čerpadla se 7 lopatami

Index trubice	Plocha	l	v	R[1]	R[2]	ζ
	m ²	m	m/s	Pa.s/m ³	Pa.s/m ³	m ² .s
1-20	0,001	0,52	711	1,000046	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	1300	0	6,89E-10	3,0
82-101	0,002	0,07	500	0	0	3,0
61	0,00008	0,0622	525	1,02E-06	0	25,0
62	0,00229	0,126	525	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	525	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	1300	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	1300	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	1300	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	1300	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	1300	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	811	0	0	30,0
70	0,015	0,139	811	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	811	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	811	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	811	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	500	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	500	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	500	0	0	27,6
77	0,029	0,147	500	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	500	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	500	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	500	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	500	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 1

5.2 Parametry trubic turbíny se 7 lopatami

Index trubice	Plocha	l	v	R[1]	R[2]	ζ
	m ²	m	m/s	Pa.s/m ³	Pa.s/m ³	m ² .s
1-20	0,001	0,52	1300	1,000006	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	1300	0	9,24E-10	3,0
82-101	0,001135	0,07	1300	0	0	3,0
61	0,00008	0,0622	1300	4,24E-07	0	25,0
62	0,00229	0,126	1300	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	1300	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	1170	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	1170	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	1170	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	1170	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	1170	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	905	0	0	30,0
70	0,015	0,139	905	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	905	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	905	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	905	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	1130	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	1130	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	1130	0	0	27,6
77	0,029	0,147	1130	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	1130	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	500	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	500	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	500	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 2

5.3 Parametry trubic čerpadla s 9 lopatami

Index trubice	Plocha	l	v	R[1]	R[2]	ζ
	m ²	m	m/s	Pa.s/m ³	Pa.s/m ³	m ² .s
1-20	0,001	0,52	585	1,000014	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	1300	0	7,43E-10	3,0
82-101	0,001999	0,07	500	0	0	6,5
61	0,00008	0,0622	1300	7,22E-07	0	25,0
62	0,00229	0,126	1300	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	1300	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	1300	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	1300	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	1300	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	1300	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	1300	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	1300	0	0	30,0
70	0,015	0,139	1300	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	1300	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	1300	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	1300	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	641	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	641	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	641	0	0	27,6
77	0,029	0,147	641	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	641	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	500	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	500	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	500	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 3

5.4 Parametry trubic turbíny s 9 lopatami

Index trubice	Plocha	l	v	R[1]	R[2]	ζ
	m ²	m	m/s	Pa.s/m ³	Pa.s/m ³	m ² .s
1-20	0,001	0,52	677	1,000005	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	500	0	1E-09	3,0
82-101	0,001347	0,07	500	0	0	3,4
61	0,00008	0,0622	500	9,41E-07	0	25,0
62	0,00229	0,126	500	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	500	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	500	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	500	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	500	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	500	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	500	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	1300	0	0	30,0
70	0,015	0,139	1300	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	1300	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	1300	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	1300	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	500	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	500	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	500	0	0	27,6
77	0,029	0,147	500	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	500	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	1300	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	1300	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	1300	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 4

5.5 Parametry trubic čerpadla se 14 lopatami

Index trubice	Plocha m ²	l m	v m/s	R[1] Pa.s/m ³	R[2] Pa.s/m ³	ζ m ² .s
1-20	0,001	0,52	965	1,000008	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	587	0	8,58E-10	3,0
82-101	0,001989	0,07	438	0	0	3,0
61	0,00008	0,0622	587	8,34E-07	0	25,0
62	0,00229	0,126	587	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	587	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	1300	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	1300	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	1300	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	1300	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	1300	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	500	0	0	30,0
70	0,015	0,139	500	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	500	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	500	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	500	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	1300	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	1300	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	1300	0	0	27,6
77	0,029	0,147	1300	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	1300	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	512	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	512	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	512	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 5

5.6 Parametry trubic turbíny se 14 lopatami

Index trubice	Plocha	l	v	R[1]	R[2]	ζ
	m ²	m	m/s	Pa.s/m ³	Pa.s/m ³	m ² .s
1-20	0,001	0,52	1300	1,000046	0	3,0
41-60	0,0015	0,2	1300	0	8,49E-10	3,0
82-101	0,0001	0,07	1300	0	0	3,0
61	0,00008	0,0622	1300	1,94E-07	0	25,0
62	0,00229	0,126	1300	0	0	25,0
63	0,00385	0,129	1300	0	0	29,2
64	0,00554	0,131	1300	0	0	29,5
65	0,00754	0,133	1300	0	0	28,4
66	0,00882	0,134	1300	0	0	29,8
67	0,00985	0,135	1300	0	0	29,9
68	0,0113	0,136	1300	0	0	30,0
69	0,0133	0,138	895	0	0	30,0
70	0,015	0,139	895	0	0	29,9
71	0,0167	0,14	895	0	0	29,6
72	0,0191	0,141	895	0	0	29,6
73	0,0206	0,143	895	0	0	28,6
74	0,0227	0,144	1000	0	0	25,1
75	0,0249	0,145	1000	0	0	28,1
76	0,0266	0,146	1000	0	0	27,6
77	0,029	0,147	1000	0	0	29,9
78	0,0308	0,148	1000	0	0	13,1
79	0,0327	0,149	825	0	0	14,1
80	0,0346	0,15	825	0	0	15,1
81	0,0346	0,0748	825	0	0	26,2
102	0,0707	70	1500	0	0	10,0
103	0,0962	10	500	0	0	15,0
104	0,332	35	500	0	0	15,0
105	0,332	35	1400	0	0	10,0

Tab. 6

6 Výsledné charakteristiky

Do výsledných charakteristik jsou zahrnuty frekvenčně amplitudové charakteristiky a tvary kmitu tlaku ve stroji. Buzení v MLP je provedeno jednotkovým tlakovým skokem.







Dominantní tlakové pulsace v pevném souřadnicovém systému jsou pro 7 a 14 lopatová kola na frekvenci, která je 21 násobkem frekvence otáčení kola. V obou řešeních jsou měřené tlaky proloženy rotujícím excentrem, který vždy rotuje ve směru kola. Ke 14 lopatovému je totiž přistoupeno jako k 7 lopatovému se 7 mezilopatami. Mezilopaty budí frekvenci s opačnou fází a jsou tedy tlumičem, který tlumí pulsy 7 velkých lopat.

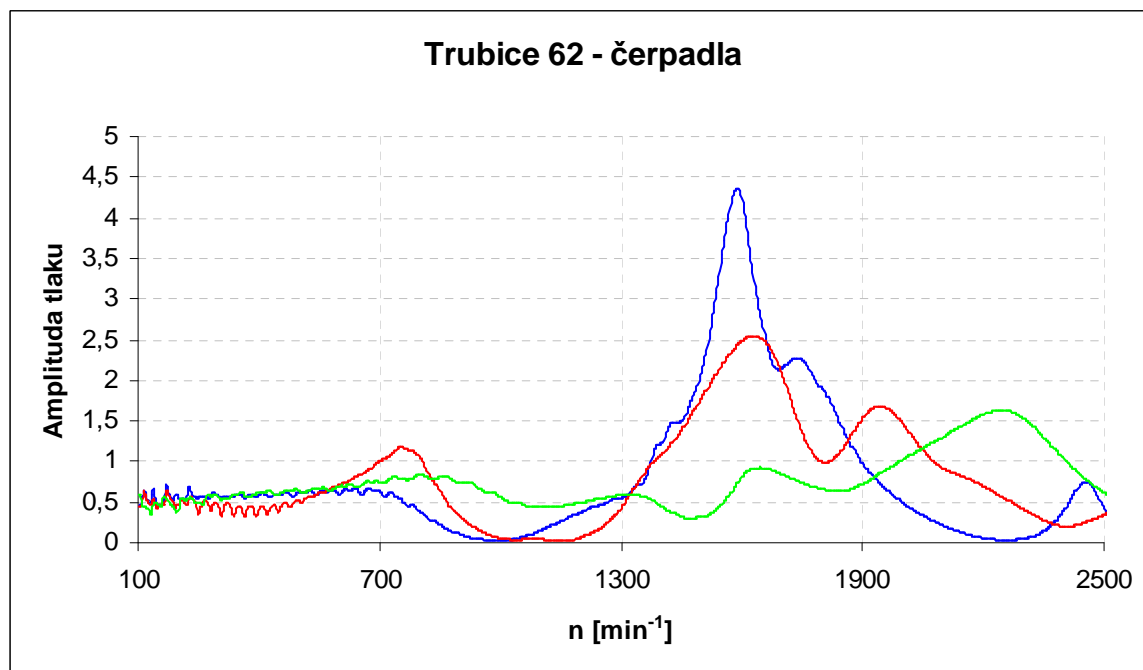
U 9 lopatového kola jsou dominantní frekvence 18 násobkem frekvence kola. Měřené tlaky jsou zde proloženy rotujícím piškotem, který se otáčí proti směru rotace kola.

6.1 Frekvenčně amplitudové charakteristiky

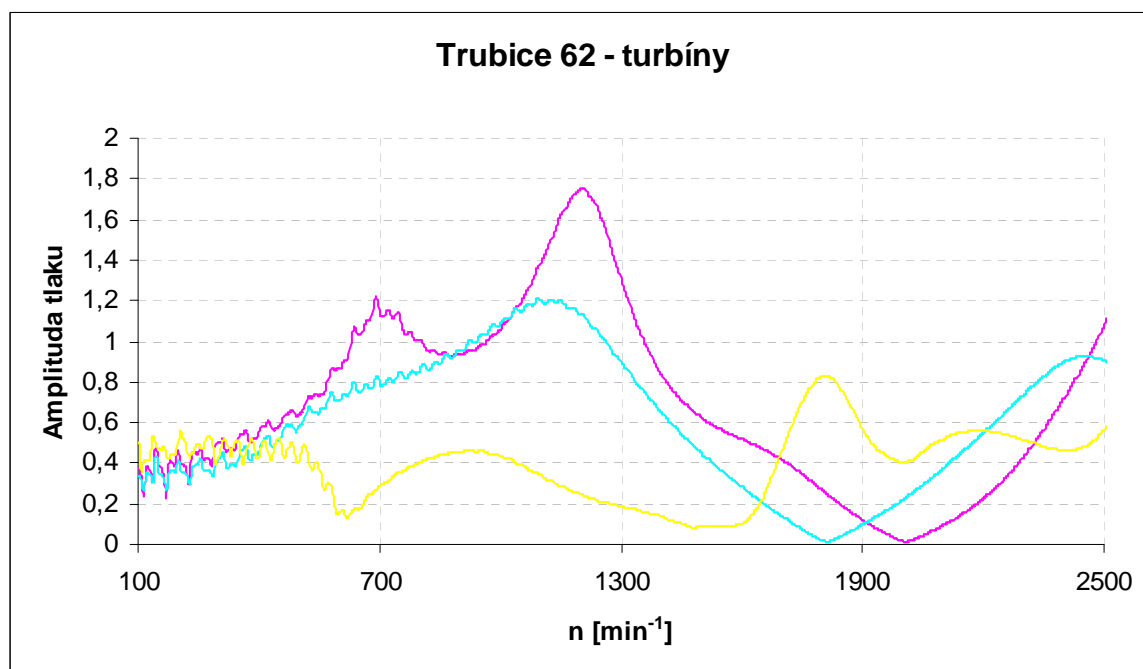
Dominantní frekvence tlakových pulsací jsou přepočteny na otáčky kola. Otáčky kola jsou vyneseny od 500 min^{-1} do 2500 min^{-1} . Na těchto otáčkách je vykreslena závislost amplitudy tlaku pro všechny tři řešení oběžného kola v čerpadlovém nebo turbínovém režimu. Amplituda je v grafech vynesena jako odezva na jednotkový budící tlakový skok v MLP. Tyto grafy jsou uvedeny pro spirálu po 60° , kde první je pro úhel 12° od přivaděče. K těmto úhlům jsou výpočtem přiřazena místa v daných trubicích představujících spirálu, přičemž každá trubice odpovídá úhlu 18° , pouze trubice 61 a 81 odpovídají úhlu 9° . Změna úhlu po trubici je uvažována lineární.

V grafech jsou barevně odlišeny jednotlivé varianty takto:

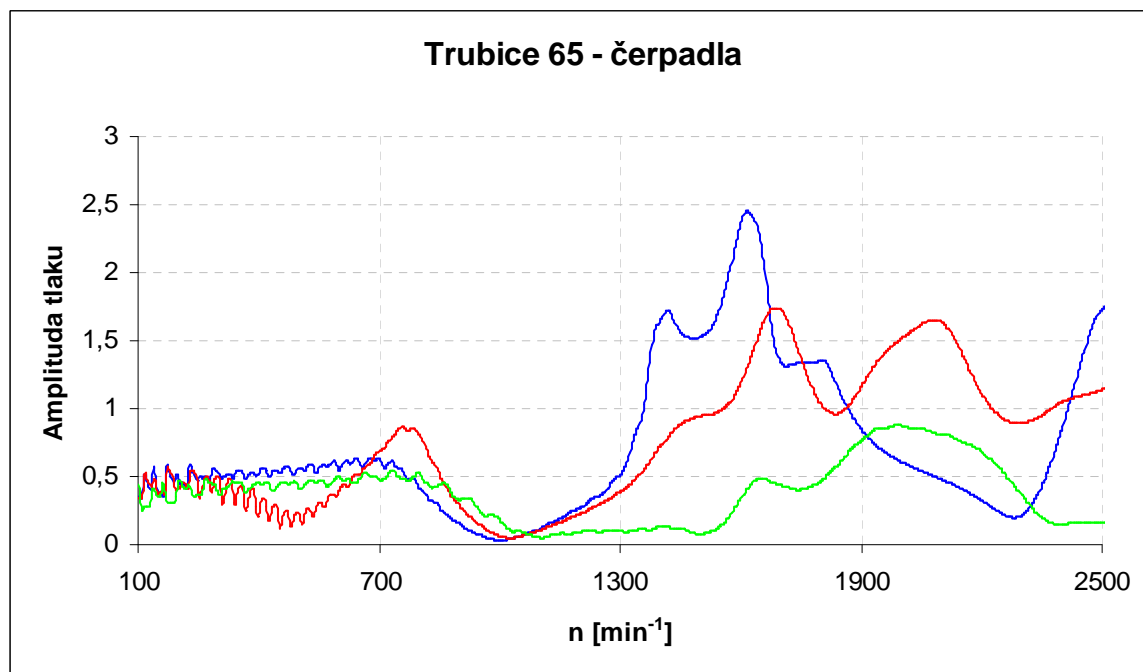
čerpadlo se 7 lopatami	
turbína se 7 lopatami	
čerpadlo s 9 lopatami	
turbína s 9 lopatami	
čerpadlo se 14 lopatami	
turbína se 14 lopatami	



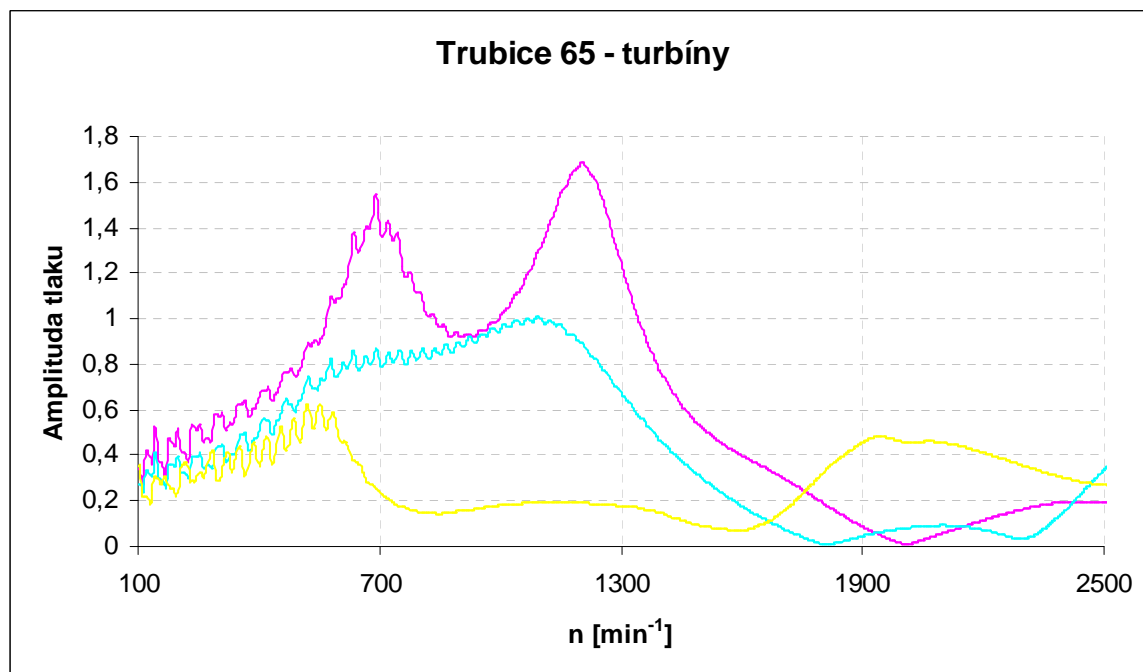
Obr. 7 – F-A charakteristiky tlaku v trubici 62 a místě 0,021 m pro čerpadla



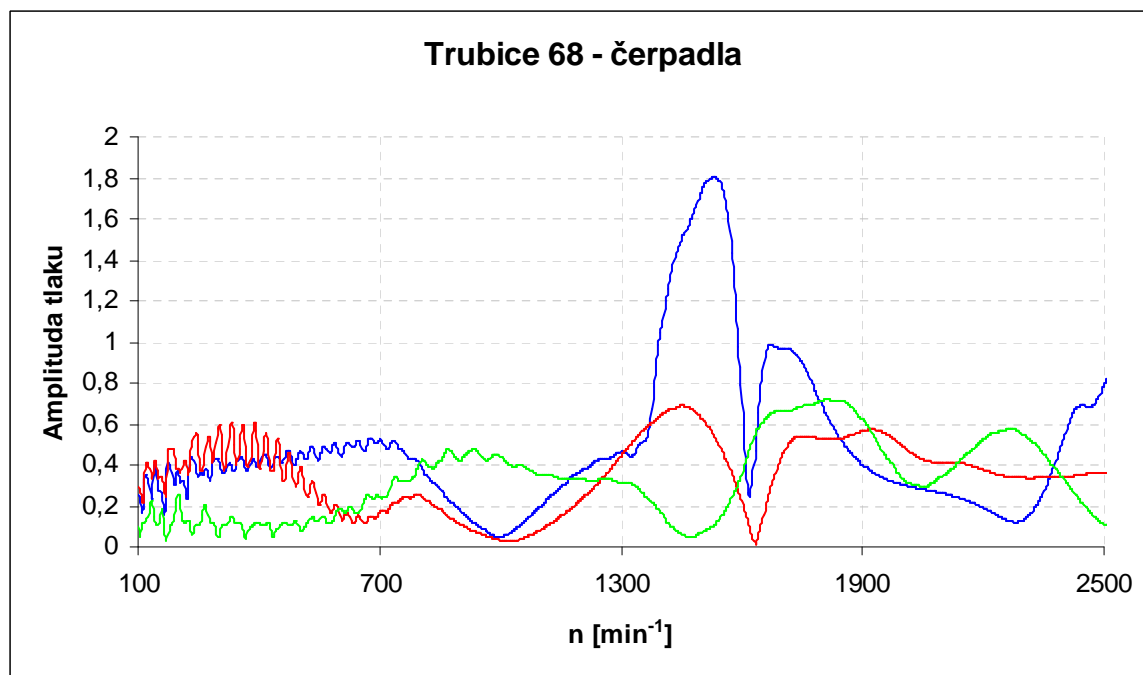
Obr. 8 – F-A charakteristiky tlaku v trubici 62 a místě 0,021 m pro turbíny



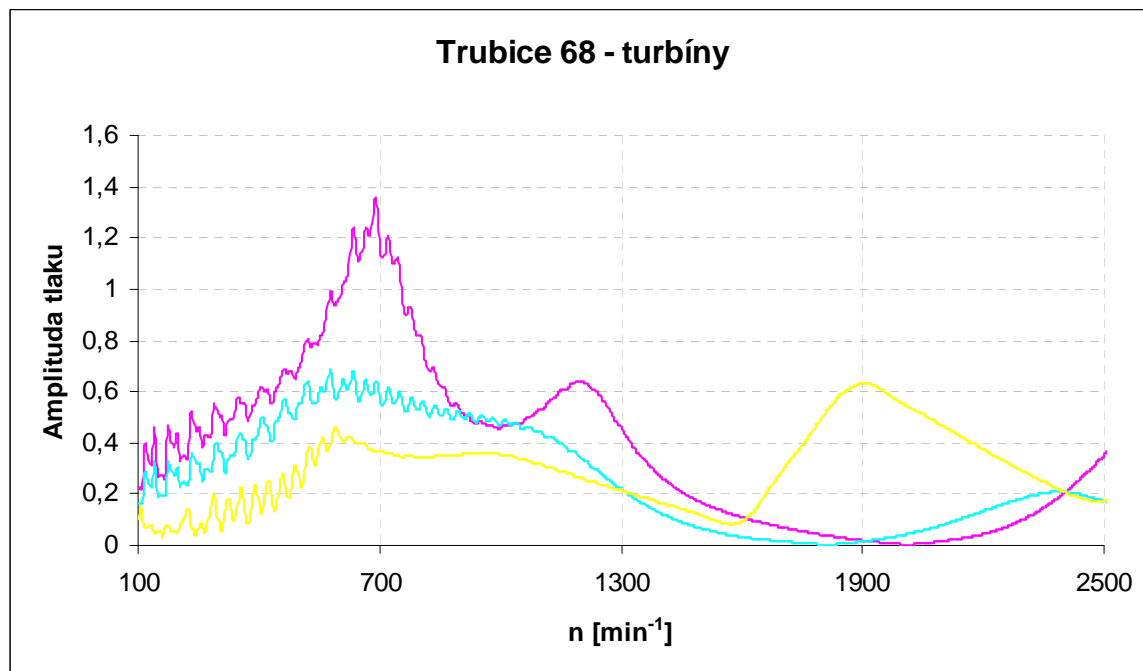
Obr. 9 – F-A charakteristiky tlaku v trubici 65 a místě 0,0665 m pro čerpadla



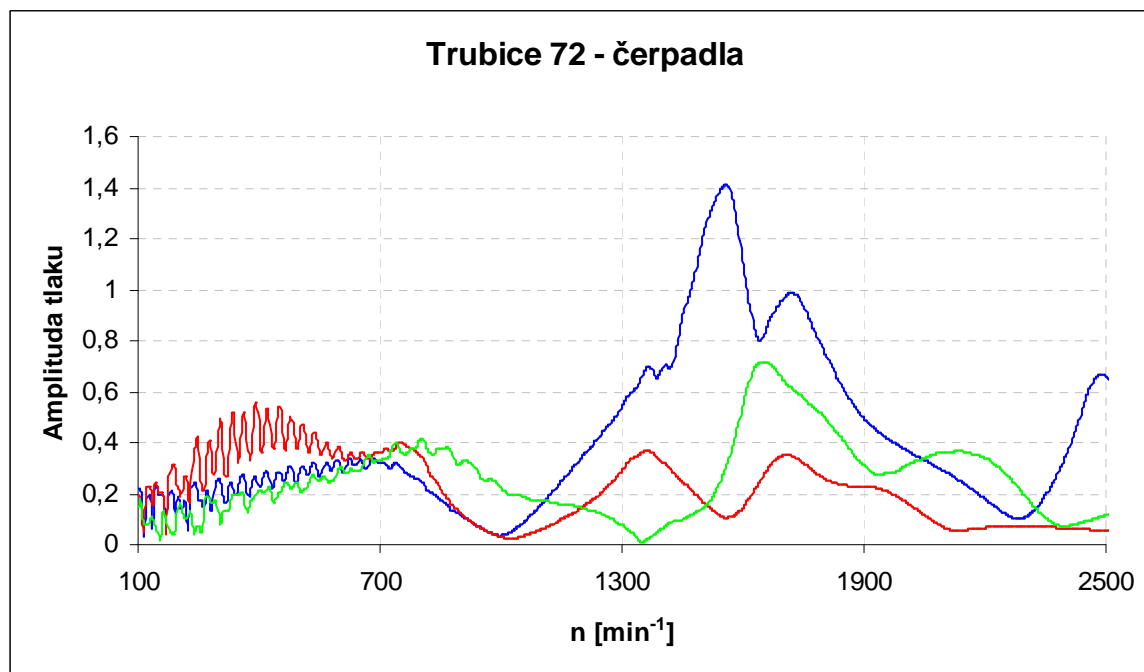
Obr. 10 – F-A charakteristiky tlaku v trubici 65 a místě 0,0665 m pro turbíny



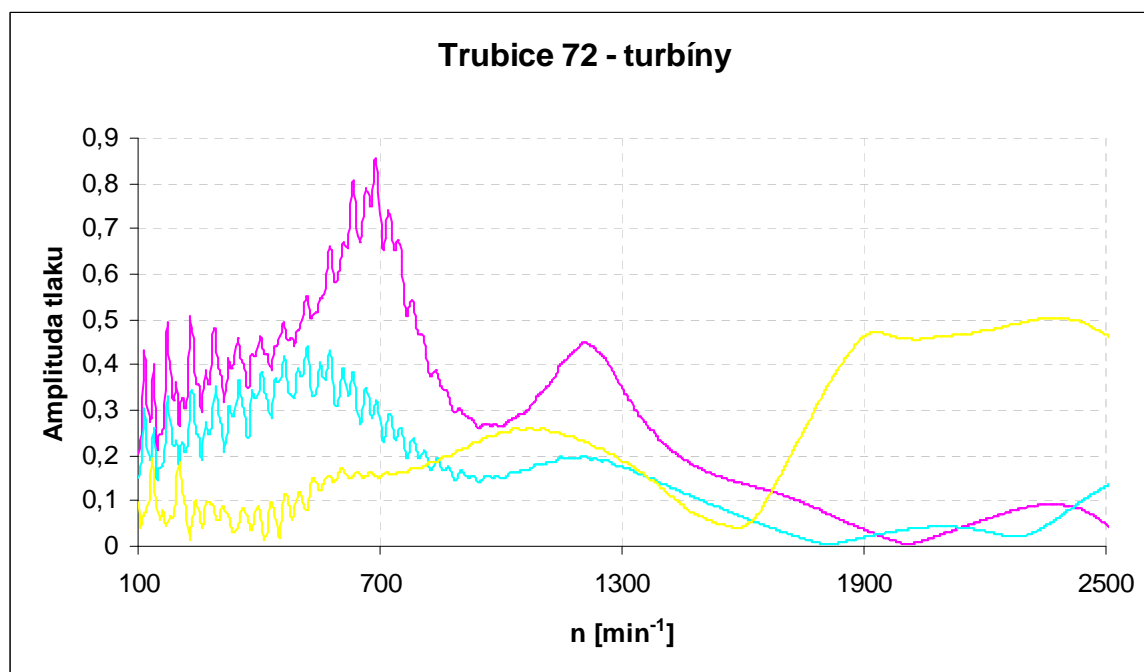
Obr. 11 – F-A charakteristiky tlaku v trubici 68 a místě 0,11333 m pro čerpadla



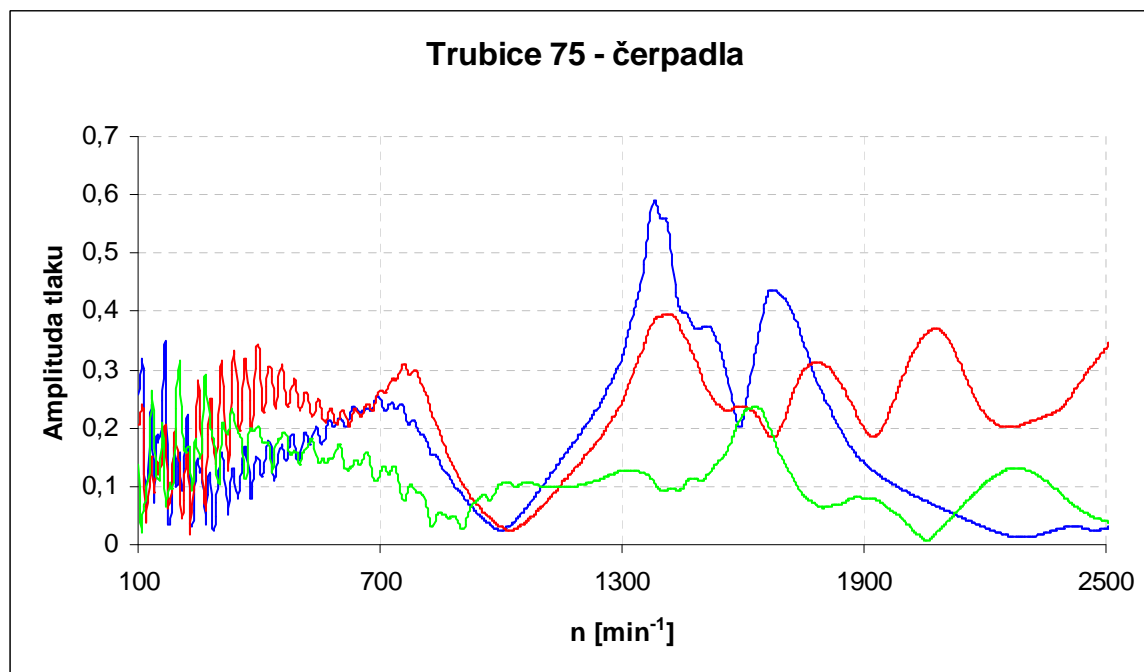
Obr. 12 – F-A charakteristika tlaku v trubici 68 a místě 0,11333 m pro turbíny



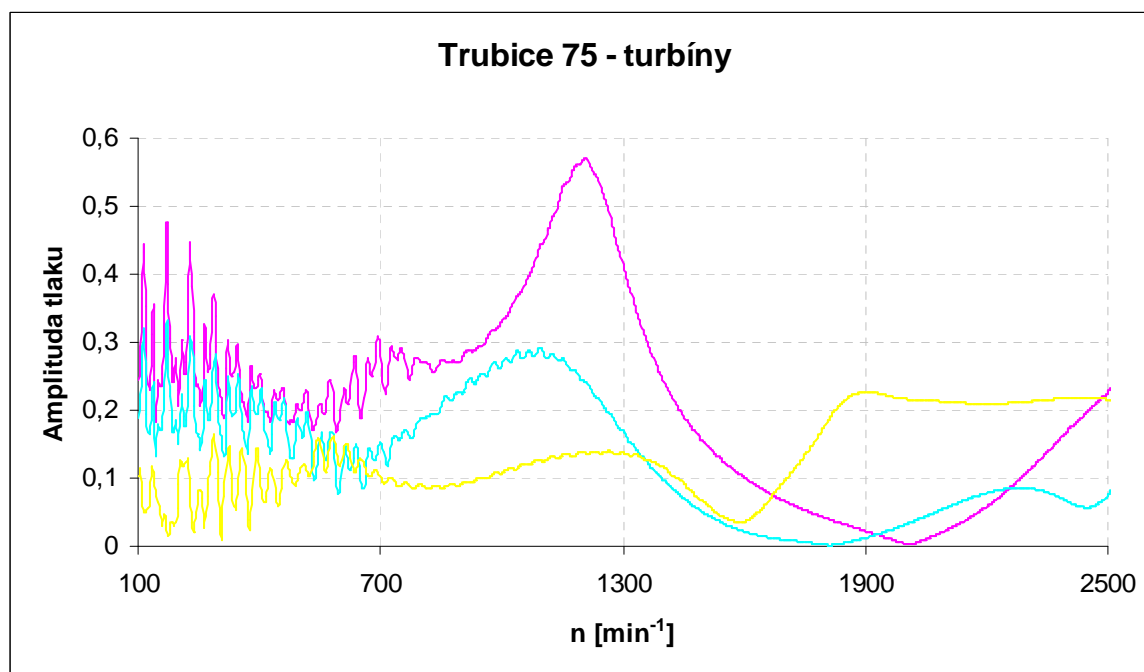
Obr. 13 – F-A charakteristika tlaku v trubici 72 a místě 0,0235 m pro čerpadla



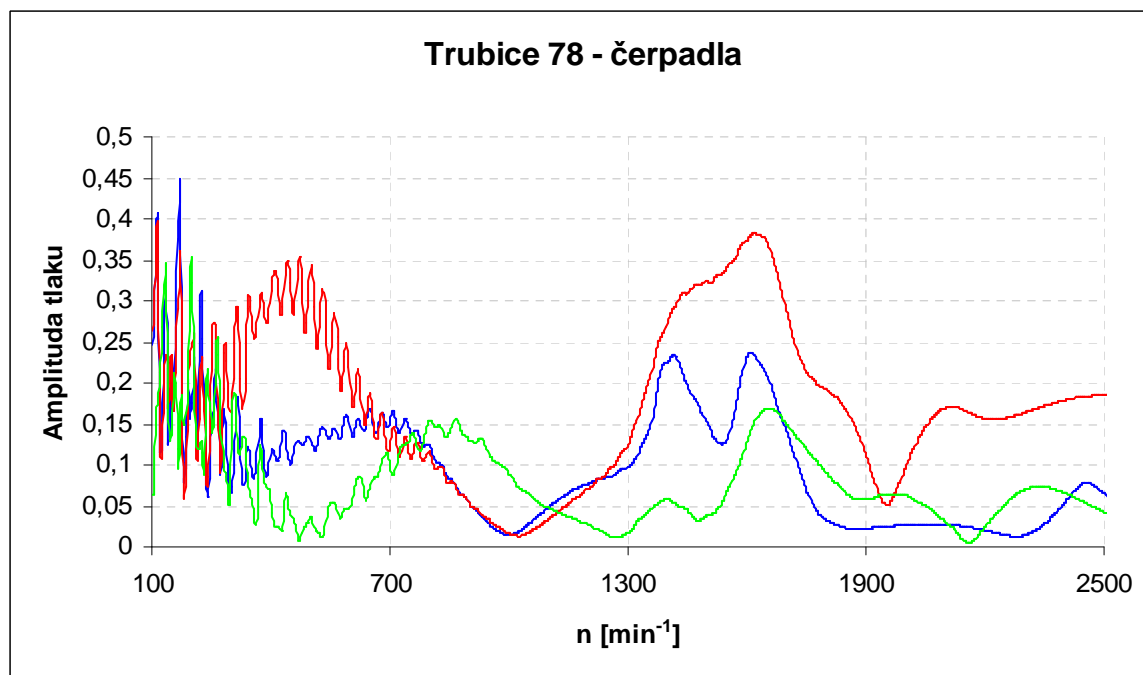
Obr. 14 – F-A charakteristika tlaku v trubici 72 a místě 0,0235 m pro turbíny



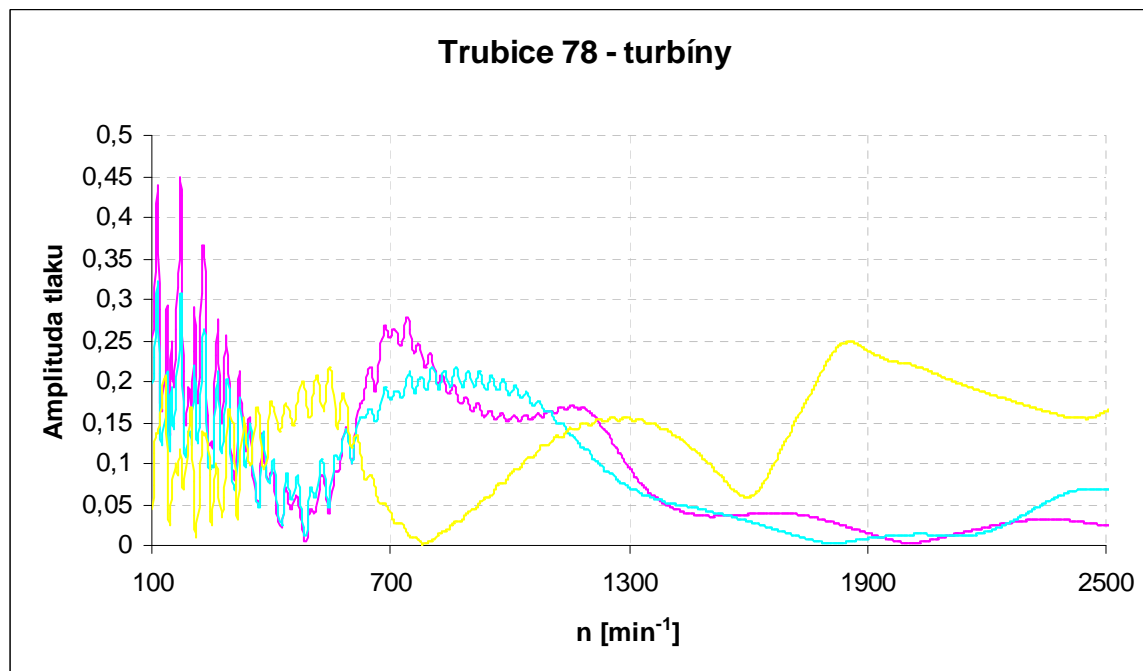
Obr. 15 – F-A charakteristika tlaku v trubici 75 a místě 0,0725 m pro čerpadla



Obr. 16 – F-A charakteristika tlaku v trubici 75 a místě 0,0725 m pro turbíny



Obr. 17 – F-A charakteristika tlaku v trubici 78 a místě 0,12333 m pro čerpadla



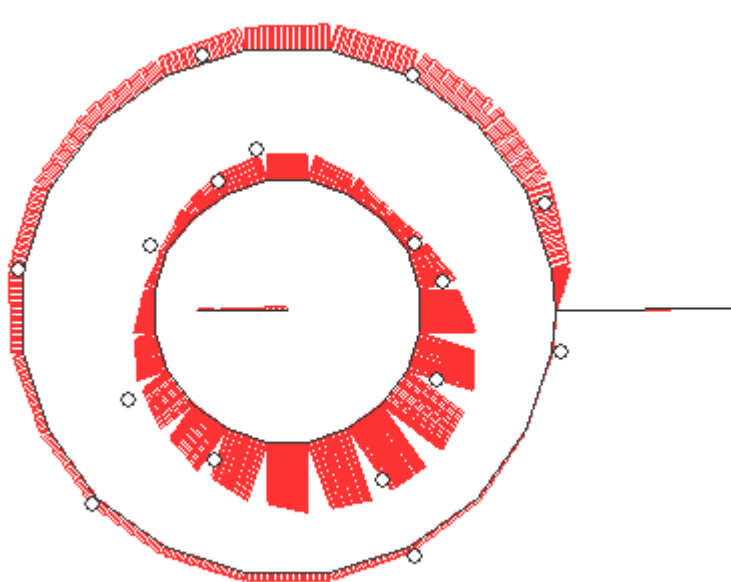
Obr. 18 – F-A charakteristika tlaku v trubici 78 a místě 0,12333 m pro čerpadla

6.2 Výpočet a porovnání tvarů kmitu tlaku

Tvary kmitu tlaku v obrázcích na několika dalších stranách jsou uvedeny pro všechny tři různá řešení oběžného kola – kolo se 7 lopatami, kolo s 9 lopatami a kolo se 7 lopatami a 7 mezilopatami. Každé toto řešení se ještě dále dělí na čerpadlový a turbínový režim. Je tedy provedeno porovnání matematického modelu s měřením pro šest různých variant. V každé z těchto variant je zobrazen absolutní tvar kmitu tlaku a šest tvarů kmitu vždy po 60° . Červenou barvou je vyobrazen vypočtený tlak ve spirále, MLP, přiváděči a savce, černými kolečky s bílým vnitřkem jsou znázorněny měřené tlaky ve spirále a v MLP. Savka je oproti obrázku 5 posunuta více do středu, aby nedocházelo ke křížení s MLP a spirálou.

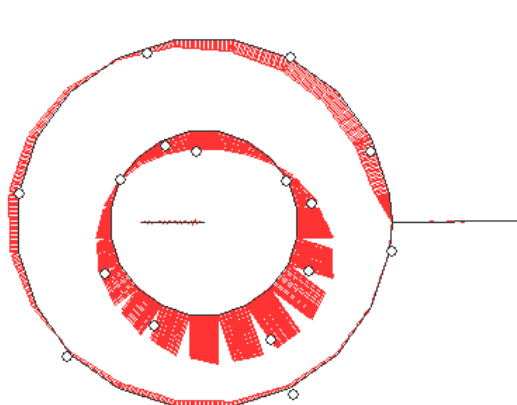
6.2.1 Vypočtené tvary kmitu čerpadla se 7 lopatami

V tomto případě je graf vykreslen pro dominantní tlakové pulsace o frekvenci 493,29 Hz v pevném souřadnicovém systému. V rotujícím systému je frekvence 469,7 Hz. Korelační součinitel je 0,763.

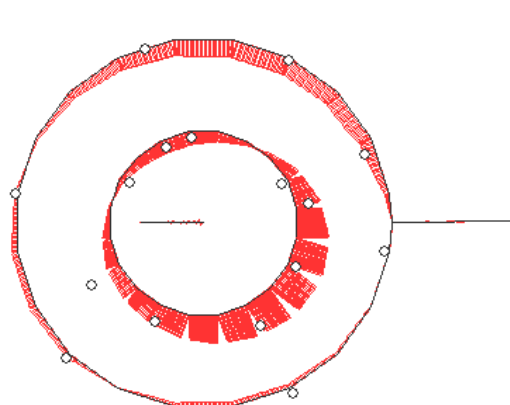


Obr. 19 – Absolutní tvar kmitu tlaku

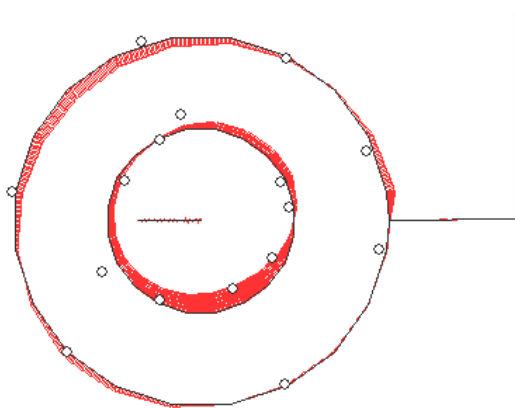
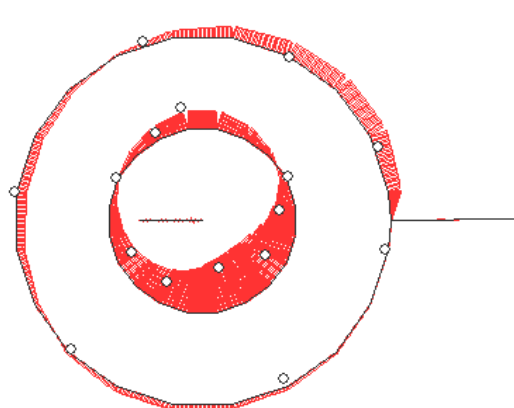
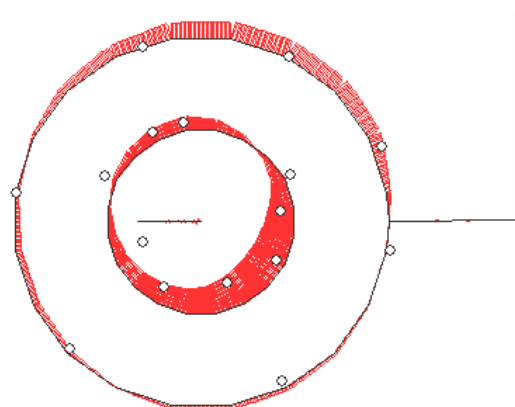
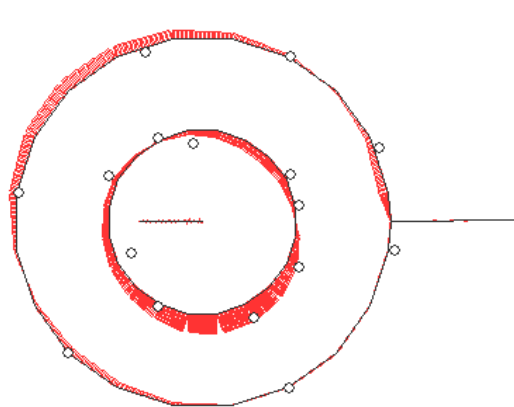
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60° :



Obr. 20 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$

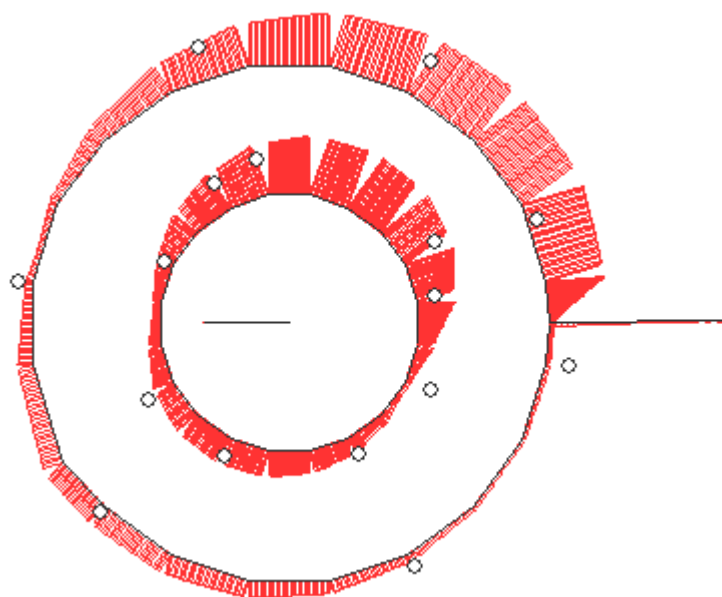


Obr. 21 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$

Obr. 22 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$ Obr. 23 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$ Obr. 24 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$ Obr. 25 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

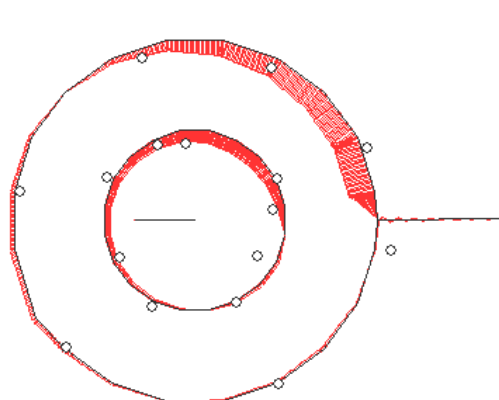
6.2.2 Vypočtené tvary kmitu turbíny se 7 lopatami

Pro turbínu se 7 lopatami je vykreslení provedeno pro 457,03 Hz v pevném souřadnicovém systému. V relativním systému je to 435,26 Hz. Součinitel korelace činí 0,71.

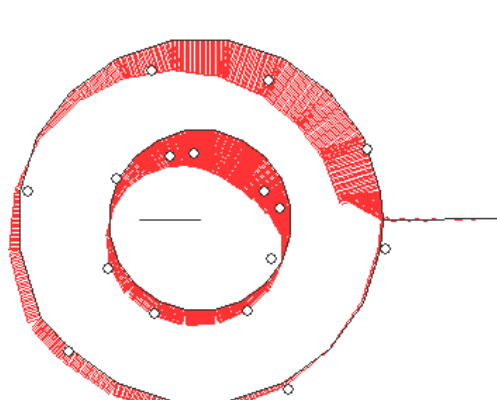


Obr. 26 – Absolutní tvar kmitu tlaku

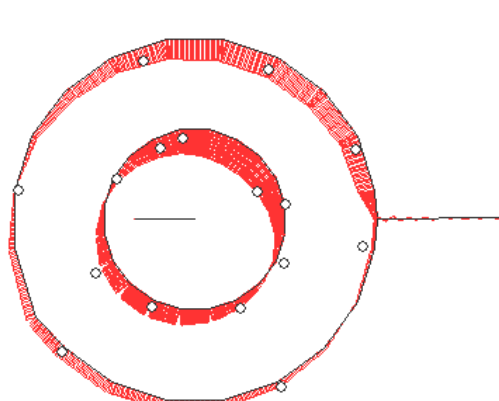
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60° :



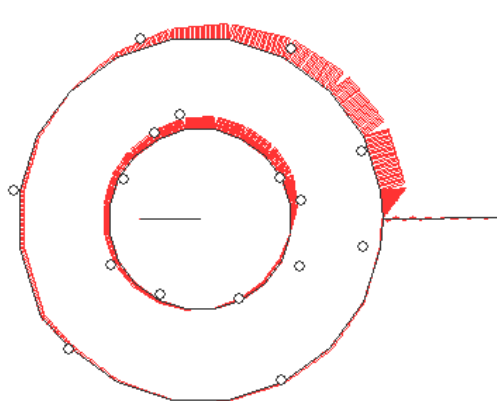
Obr. 27 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$



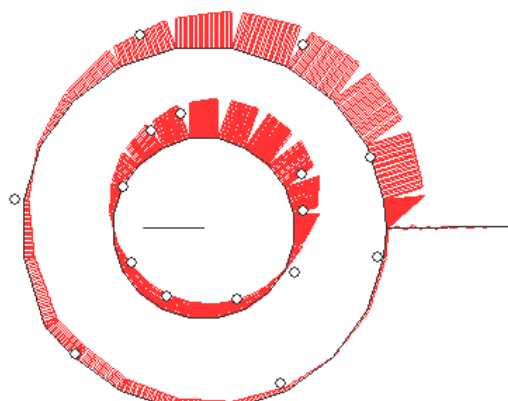
Obr. 28 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$



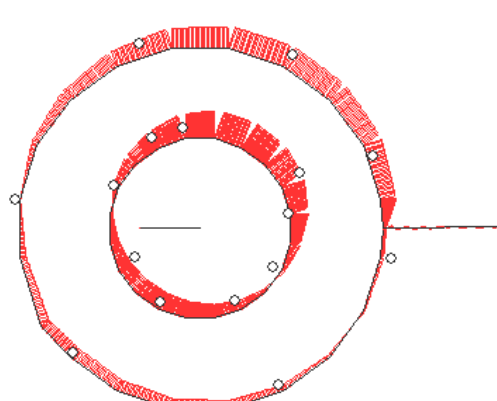
Obr. 29 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$



Obr. 30 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$



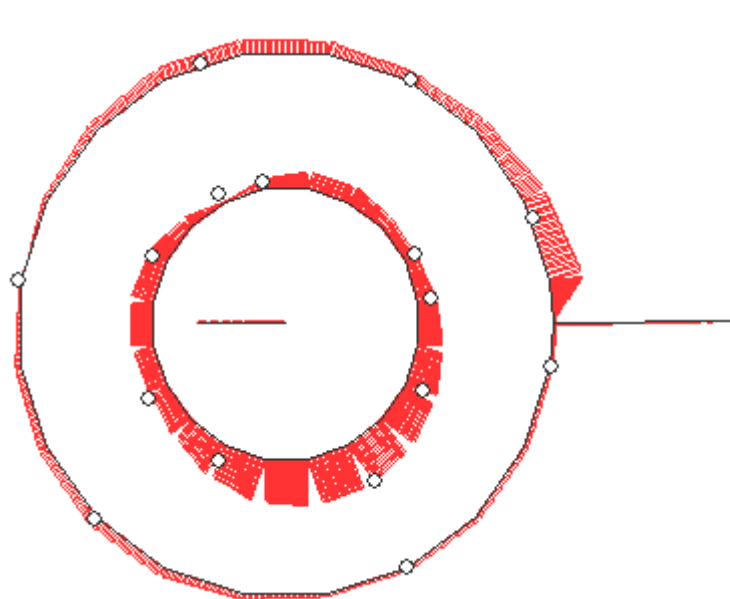
Obr. 31 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$



Obr. 32 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

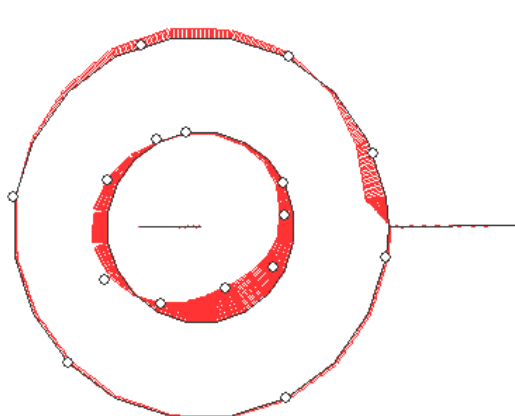
6.2.3 Vypočtené tvary kmitu čerpadla s 9 lopatami

U tohoto čerpadla jsou znázorněny tvary kmitu pro tlakové pulsace o frekvenci 424,2 Hz v pevném systému. Z pohledu kola je to 471,4 Hz. Korelační součinitel je hodnoty 0,774.

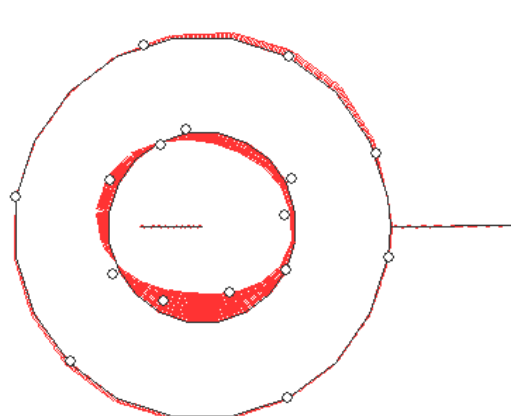


Obr. 33 – Absolutní tvar kmitu tlaku

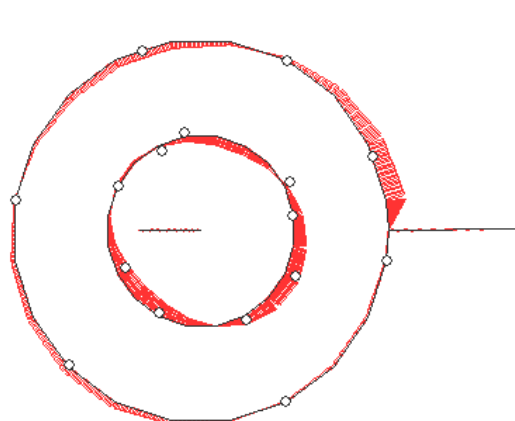
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60°:



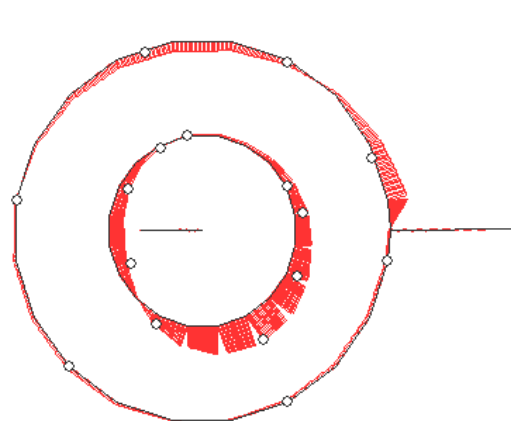
Obr. 34 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$



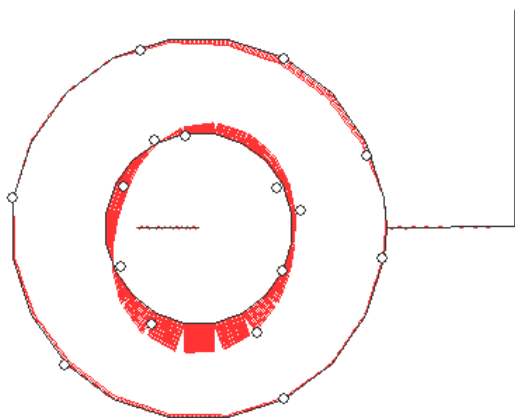
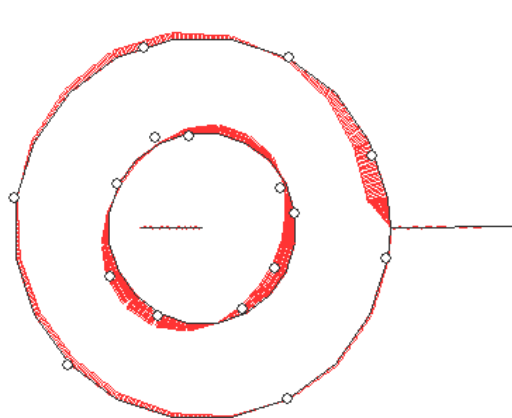
Obr. 35 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$



Obr. 36 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$

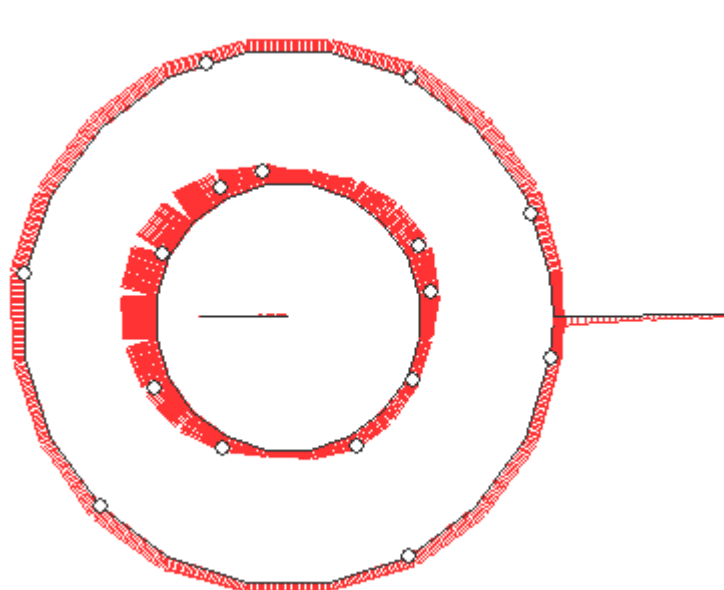


Obr. 37 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$

Obr. 38 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$ Obr. 39 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

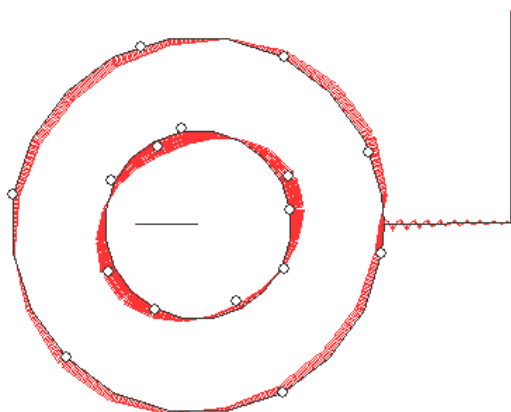
6.2.4 Vypočtené tvary kmitu turbíny s 9 lopatami

Graf turbíny s 9 lopatami je vykreslen pro frekvenci 420,12 Hz v pevném souřadnicovém systému, což je hodnota dominantních tlakových pulsací. V rotujícím souřadnicovém systému je to 466,7 Hz. Součinitel korelace je 0,465.

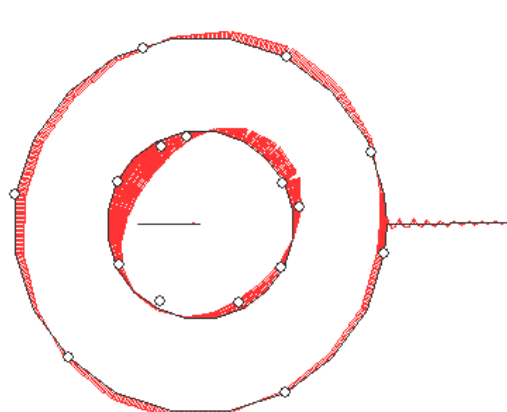


Obr. 40 – Absolutní tvar kmitu tlaku

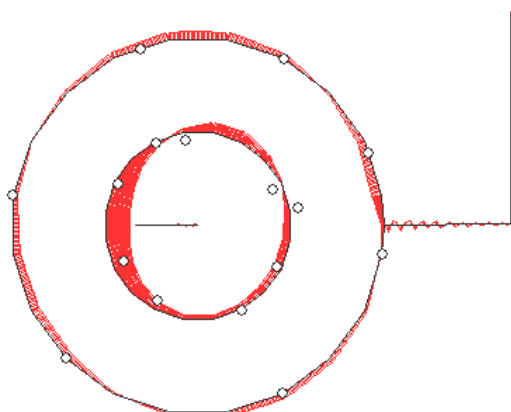
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60°:



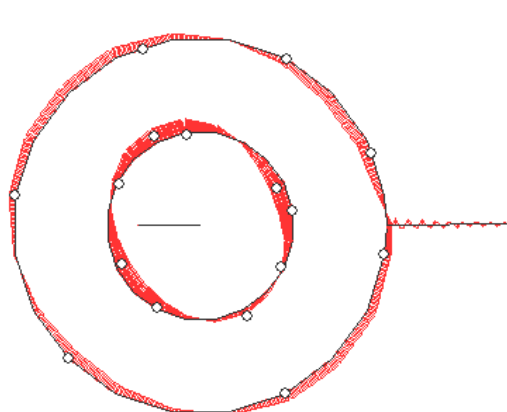
Obr. 41 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$



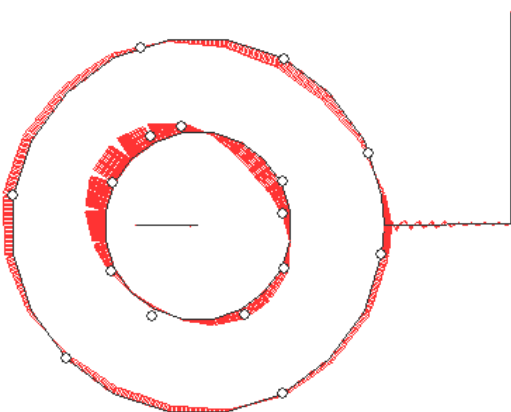
Obr. 42 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$



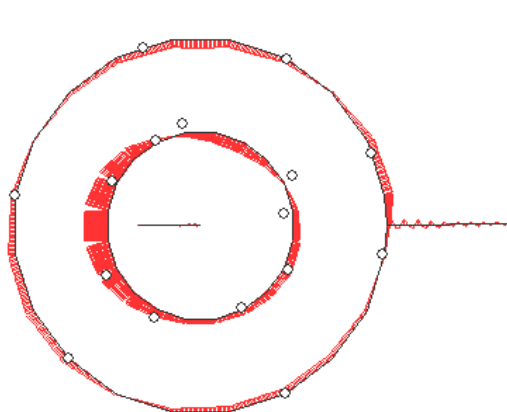
Obr. 43 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$



Obr. 44 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$



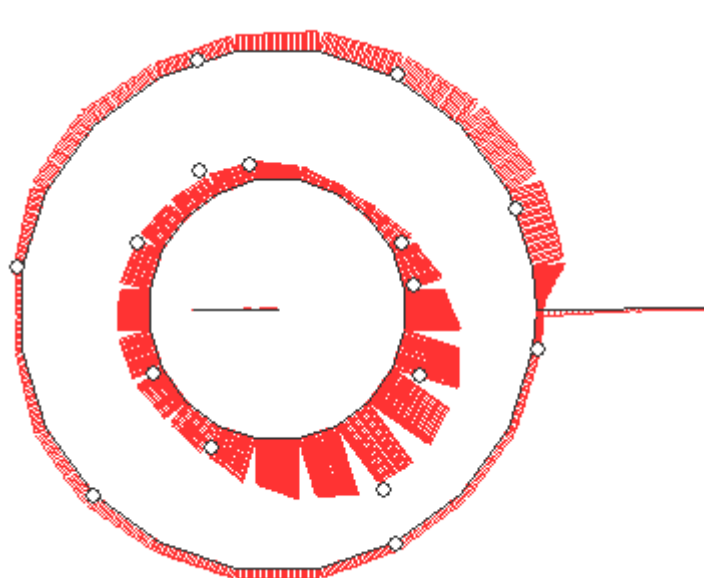
Obr. 45 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$



Obr. 46 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

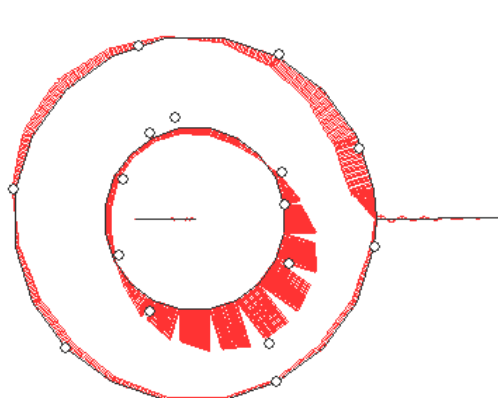
6.2.5 Vypočtené tvary kmitu čerpadla se 14 lopatami

Toto čerpadlo má tvary kmitu vykresleny pro pulsace o frekvenci 500,5 Hz v pevném systému. V rotujícím souřadnicovém systému to je 476,67 Hz. Korelační součinitel činí 0,75.

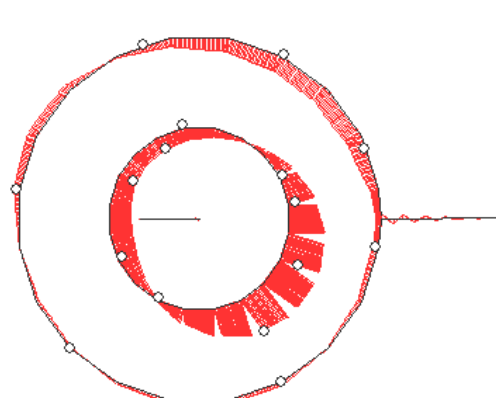


Obr. 47 – Absolutní tvar kmitu tlaku

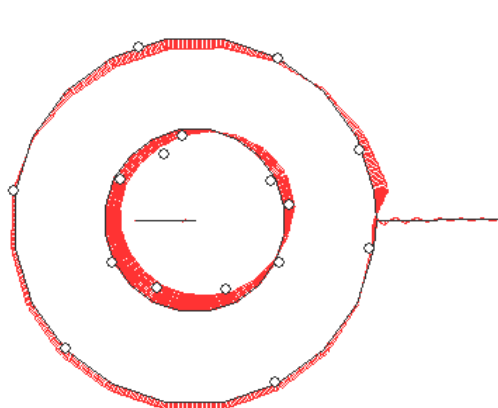
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60°:



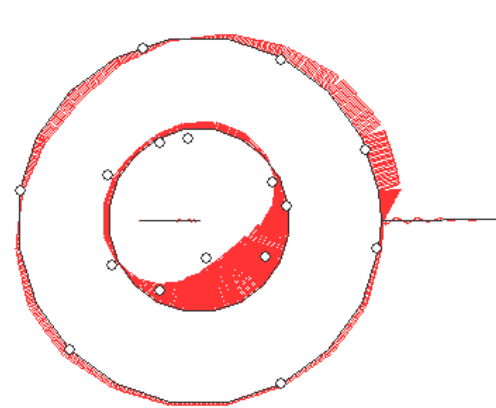
Obr. 48 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$



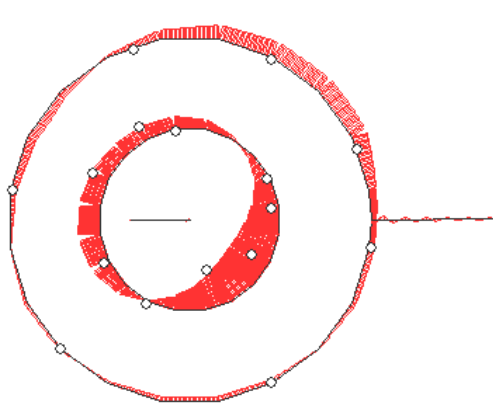
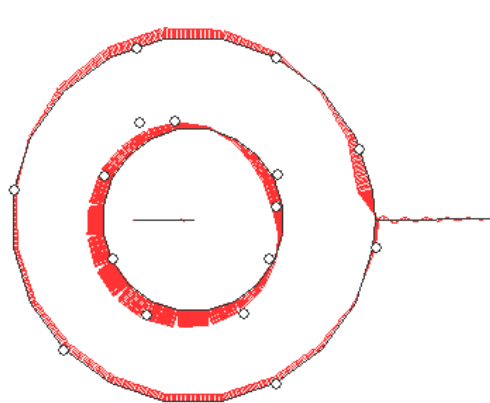
Obr. 49 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$



Obr. 50 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$

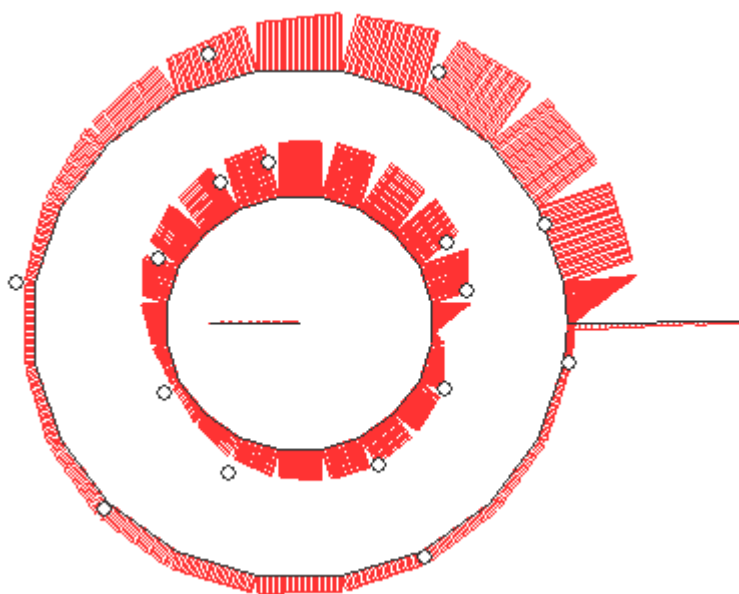


Obr. 51 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$

Obr. 52 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$ Obr. 53 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

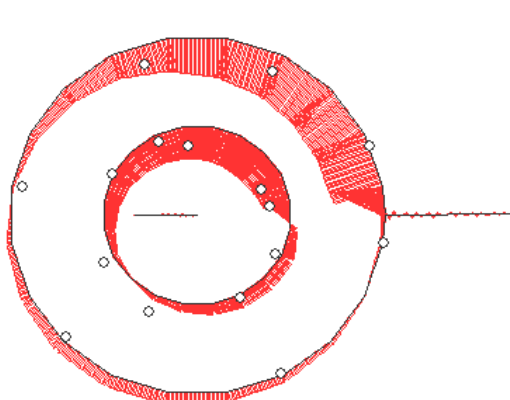
6.2.6 Vypočtené tvary kmitu turbíny se 14 lopatami

Pro turbínu se 14 lopatami jsou grafy vykresleny pro frekvenci 375,15 Hz, což je hodnota dominantních tlakových pulsací pro pevný souřadnicový systém. V souřadném systému kola je to frekvence 357,29 Hz. Korelační součinitel nabývá hodnoty 0,662.

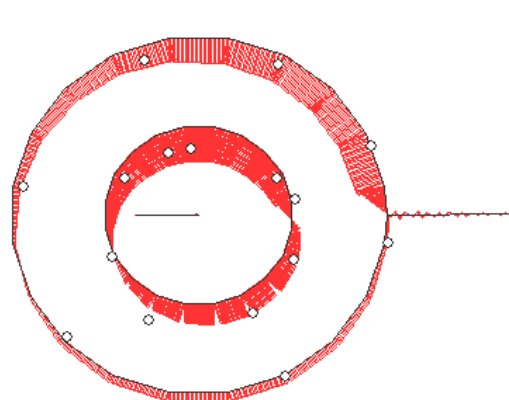


Obr. 54 – Absolutní tvar kmitu tlaku

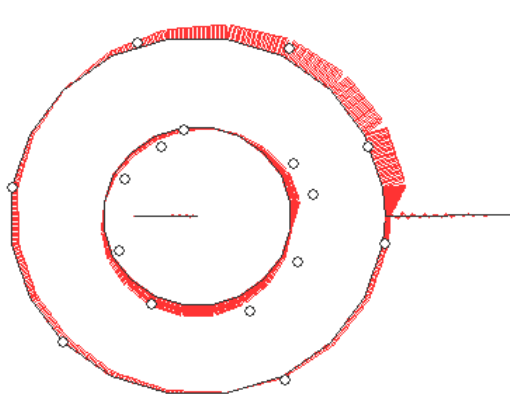
Tvary kmitu tlaku ve fázích po 60° :



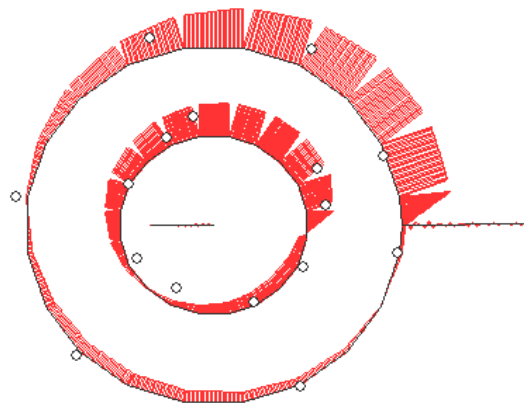
Obr. 55 – Tvar tlaku pro $\Phi = 0^\circ$



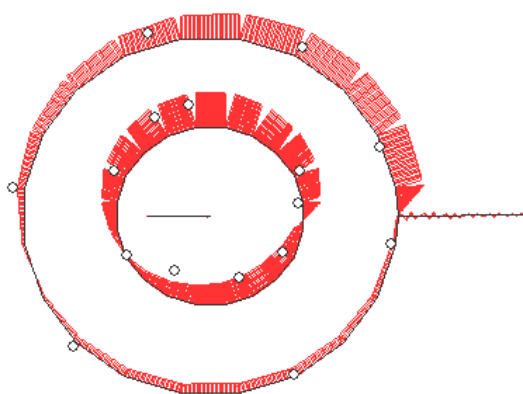
Obr. 56 – Tvar tlaku pro $\Phi = 60^\circ$



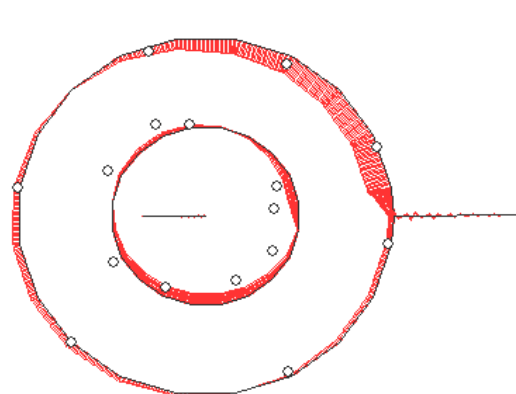
Obr. 57 – Tvar tlaku pro $\Phi = 120^\circ$



Obr. 58 – Tvar tlaku pro $\Phi = 180^\circ$



Obr. 59 – Tvar tlaku pro $\Phi = 240^\circ$



Obr. 60 – Tvar tlaku pro $\Phi = 300^\circ$

7 Závěr

V této práci je zoptimalizován matematický model pro výpočet vysokofrekvenčních pulsací a je provedeno jeho porovnání s naměřenými tlakovými pulsacemi na modelu PVE Dlouhé Stráně pro všechny varianty oběžného kola.

Z matematického modelu vytvořené frekvenčně amplitudové charakteristiky znázorňují vhodnost použití jednotlivých oběžných kol při daných provozních otáčkách. Tyto charakteristiky jsou navíc rozděleny na turbínový a čerpadlový režim pro každé oběžné kolo. Následné porovnání modelu s měřením ve formě tvarů kmitu udává přesnost tohoto modelu. To je také vyjádřeno vzájemnou korelací, která je u jednotlivých variant oběžného kola uvedena.

Největší tlumení tlakových pulsací při turbínovém režimu v rozmezí otáček přibližně od 100 min^{-1} do 1500 min^{-1} vykazuje podle frekvenčně amplitudových charakteristik téměř ve všech zvolených místech kolo s 9 lopatami. F-A charakteristiky ve svých průbězích názorně zachytávají u tohoto kola viditelné minimum amplitudy tlaku cca kolem otáček 1600 min^{-1} . Pro čerpadlový provoz tohoto kola nejsou už F-A charakteristiky tak jednoznačné. Průměrně mají amplitudu tlaku také menší, ale hodně záleží na zvolených otáčkách. Pro otáčky kolem 900 min^{-1} jsou další dvě kola lepší volbou. Ovšem při otáčkách kolem 1500 min^{-1} jsou amplitudy zbývajících dvou kol v trubicích 62 a 65, tj. na začátku spirály ve směru čerpadlového toku, výrazně vyšší a pro provoz v těchto otáčkách je kolo s 9 lopatami nejlepší volbou.

Ze dvou zbývajících kol je při turbínovém režimu vhodnější kolo se 7 lopatami a 7 mezilopatami. Má skoro při všech otáčkách a všech zvolených místech nižší amplitudu tlaku než kolo se 7 lopatami. V porovnání s 9 lopatovým kolem je ale velikost jeho amplitud při otáčkách do přibližně 1500 min^{-1} přece jen větší. U čerpadlového režimu není srovnání kol se 7 a s 14 lopatami tak jednoznačné a opět hodně záleží na provozních otáčkách. Minima a maxima amplitud spolu poměrně dobře korespondují, ale u kola se 7 lopatami jsou maxima převážně větší. To neplatí hlavně u trubice 78, ale vzhledem k velikosti amplitudy v tomto místě to lze zanedbat.

Z porovnání tvarů kmitu tlaku a korelace mezi měřením a matematickým modelem je vidět, že nejhorší shoda modelu s měřením je u turbíny s 9 lopatami. Naopak nejvyšší shoda je taktéž u kola s 9 lopatami, ale když je provozováno v čerpadlovém režimu. Podle korelace lze usoudit přesnost F-A charakteristik pro jednotlivé varianty a režim oběžných kol.

K výslednému řešení oběžného kola stroje by se měl po návrhu hydraulickém a pevnostním připojit také tento návrh dynamický, který může prodloužit životnost celého soustrojí. To však za předpokladu, že bude dobře optimalizován matematický model a následně určeno rozmezí otáček, ve kterém bude stroj pracovat. Pak lze vhodně zvolit počet lopat kola a zamezit tak vysokým amplitudám tlaku, které únavově namáhají strojní části celého soustrojí.

8 Seznam použité literatury

- [1] HABÁN, V. Disertační práce – *Tlumení tlakových a průtokových pulsací*. Brno 2001
- [2] HABÁN, V. – KUBÁLEK, J. Technická zpráva - *Vyhodnocení měření tlakových pulsací čerpadlové turbíny Dlouhé Stráně*. Brno 2007. VUT-EU13303-QR-36-07
- [3] KUBÁLEK, J. Diplomová práce – *Modelování vysokofrekvenčních pulsací*. Brno 2006
- [4] SMÉKAL, M. Diplomová práce – *Modelování vysokofrekvenčních pulsací*. Brno 2007

9 Seznam použitých symbolů a označení

Symbol	Jednotka	Popis
γ	$[\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1}]$	konstanta
λ	$[\text{m}^{-1}]$	konstanta
μ	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^{-1}]$	konstanta
ε	$[\text{m}^{-1}]$	parametr Laplaceovy transformace podle souřadnice x
η	$[\text{Pa} \cdot \text{s}]$	dynamická viskozita kapaliny
π	$[-]$	Ludolfovo číslo
ρ	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	hustota kapaliny
ρ_t	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	hustota materiálu trubice
σ	$[\text{Pa}]$	Laplaceův obraz tlaku
$\tilde{\sigma}$	$[\text{Pa}]$	Laplaceův obraz napětí v trubici
ν	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	kinematická viskozita kapaliny
ξ	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	druhá kinematická viskozita kapaliny
$\psi(s)$	$[\text{s}]$	Laplaceův obraz paměti ztrátového součinitele
Δ	$[\text{m}]$	tloušťka stěny trubice
Π_{ij}	$[-]$	nevratný tenzor napětí
Φ	$[^\circ]$	úhel
b	$[\text{Pa} \cdot \text{s}]$	druhá dynamická viskozita kapaliny
b_1	$[\text{Pa} \cdot \text{s}]$	tlumení materiálu trubice
c	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	rychlost kapaliny v trubici
\tilde{c}	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	Laplaceův obraz rychlosti
f_0	$[\text{Hz}]$	frekvence otáčení rotoru
f_p	$[\text{Hz}]$	dominantní frekvence v pevném souřadném systému
f_r	$[\text{Hz}]$	dominantní frekvence v rotujícím souřadném systému
i	$[-]$	imaginární jednotka
l	$[\text{m}]$	délka trubice
m	$[\text{kg}]$	hmotnost
Δm	$[\text{kg}]$	změna hmotnosti kapaliny
n	$[-]$	normálový jednotkový vektor
n	$[\text{min}^{-1}]$	otáčky rotoru
p	$[\text{Pa}]$	statický tlak
q	$[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$	Laplaceův obraz průtoku
s	$[\text{s}^{-1}]$	parametr Laplaceovy transformace podle času
t	$[\text{s}]$	čas
\mathbf{u}	$[-]$	stavový vektor transformovaného průtoku a tlaku
$\tilde{\mathbf{u}}$	$[-]$	Laplaceův obraz stavového vektoru podle souřadnice
v	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	sdrúžená rychlost zvuku v kapalině
v_0	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	rychlost zvuku v kapalině
x	$[\text{m}]$	poloha v trubici

A	$[m^5 \cdot kg^{-1}]$	konstanta
B	$[s^{-1}]$	konstanta
C	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-2}]$	konstanta
E	$[-]$	jednotková matice
$E_0; E_1$	$[Pa]$	modul pružnosti materiálu trubice
$J_0; J_1$	$[-]$	Besselova funkce
L	$[-]$	Laplaceova transformace
L^{-1}	$[-]$	zpětná Laplaceova transformace
P	$[m^2]$	plocha pláště trubice
P	$[-]$	přenosová matice
Q	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	průtok
R	$[m]$	poloměr trubice
$R[1]$	$[Pa \cdot s \cdot m^{-3}]$	linearizovaný odpor na vstupu do trubice
$R[2]$	$[Pa \cdot s \cdot m^{-3}]$	linearizovaný odpor na výstupu z trubice
S	$[m^2]$	plocha průřezu trubice
U	$[-]$	matice
ΔV	$[m^3]$	změna objemu